

COLECCIÓN DE PROGRAMAS PARA LA HP48. ASIGNATURA DE MÉTODOS NUMÉRICOS 2º PARCIAL.

POR: **JOSE MIGUEL VILAPLANA MORA.**

Dedicado a: [Inma Vilaplana Mora](#)

DEBERÍAS TENER 3 FICHEROS:

- LEEME: lógicamente es este.
- METODOSEMUV3: sesión del emulador con los programas.
- CARPETA IVM: para enviar con TRANSFILE o similar.

METODOSEMUV3 y la carpeta IVM contienen exactamente lo mismo, el primero es una sesión del emulador, que como sabréis, se puede enviar a la calculadora desde el emulador, y la carpeta IVM es para enviarla directamente con el transfile.

VERSIÓN 3:

- Remodelado el programa PTOSDISCQR, te ajusta el polinomio y te da las matrices Q, R, Z y el vector W, muy útil para el examen.
- Nuevo programa ORDENM, resuelve ecuaciones diferenciales de orden m, tema 9, apartado 9.5.
- Remodelado el programa NOLINEALESDISPARO, incluye una nueva función $g(YA, Y1A, YB, Y1B)$, muy útil para el tipo de problema que esta poniendo últimamente en el examen. También he mejorado la salida de resultados, la matriz ahora te da tres columnas, 1ª puntos x, 2ª valores y, 3ª valores y' .
- Remodelado el programa LINEALESDISPARO, he mejorado la salida de resultados, la matriz ahora te da tres columnas, 1ª puntos x, 2ª valores y, 3ª valores y' . Lo mismo para la descomposición en el problema 1 y el problema 2.

VERSIÓN 2:

- He solucionado el problema con el tema 4 para enviarlo a través de Transfile, ya no hay ningún problema.
- Nuevo programa para el tema 4, SPLX, te da el spline en la zona que quieras en forma de polinomio de grado 3.

EN PRIMER LUGAR, Y COMO ES NORMAL, NO ME RESPONSABILIZO DE LOS RESULTADOS DE LOS PROGRAMAS.

YO LOS HE PROBADO CON TODOS LOS EJEMPLOS DE LOS APUNTES DE CLASE Y LOS RESULTADOS ME SALEN CLAVADOS HASTA EL ÚLTIMO DECIMAL.

IMPORTANTE 1:

EL PROGRAMA ANTES DE QUE LO UTILICES Y CAMBIES COSAS, LLEVA METIDOS MUCHOS DE LOS EJEMPLOS DE CLASE, LO MEJOR ES QUE TERMINES DE LEER TODO ESTO ANTES, Y DESPUES ANTES DE METER NADA, PULSA LA CASILLA SOBRE LA QUE VAS A ACTUAR Y FÍJATE COMO SE HAN METIDO LOS DATOS, O QUE LÓGICA TIENEN LAS VARIABLES DE LAS FUNCIONES O SISTEMAS QUE VAS A METER, ESTO ES ESENCIAL PORQUE IGUAL EN UN PROGRAMA UNOS DATOS SE METEN EN FORMA DE VECTOR [1 2 3] Y OTRO PROGRAMA SE METEN ENTRE LLAVES { 1 2 3 }, O EN UN SITIO LAS VARIABLES PUEDEN SER Y1, Y2, Y3, ETC, Y EN EL ÚLTIMO PROGRAMA Y1 ES Y', POR EJEMPLO.

SI MIRAS ANTES LO QUE HAY METIDO NO TENDRÁS NINGÚN PROBLEMA.

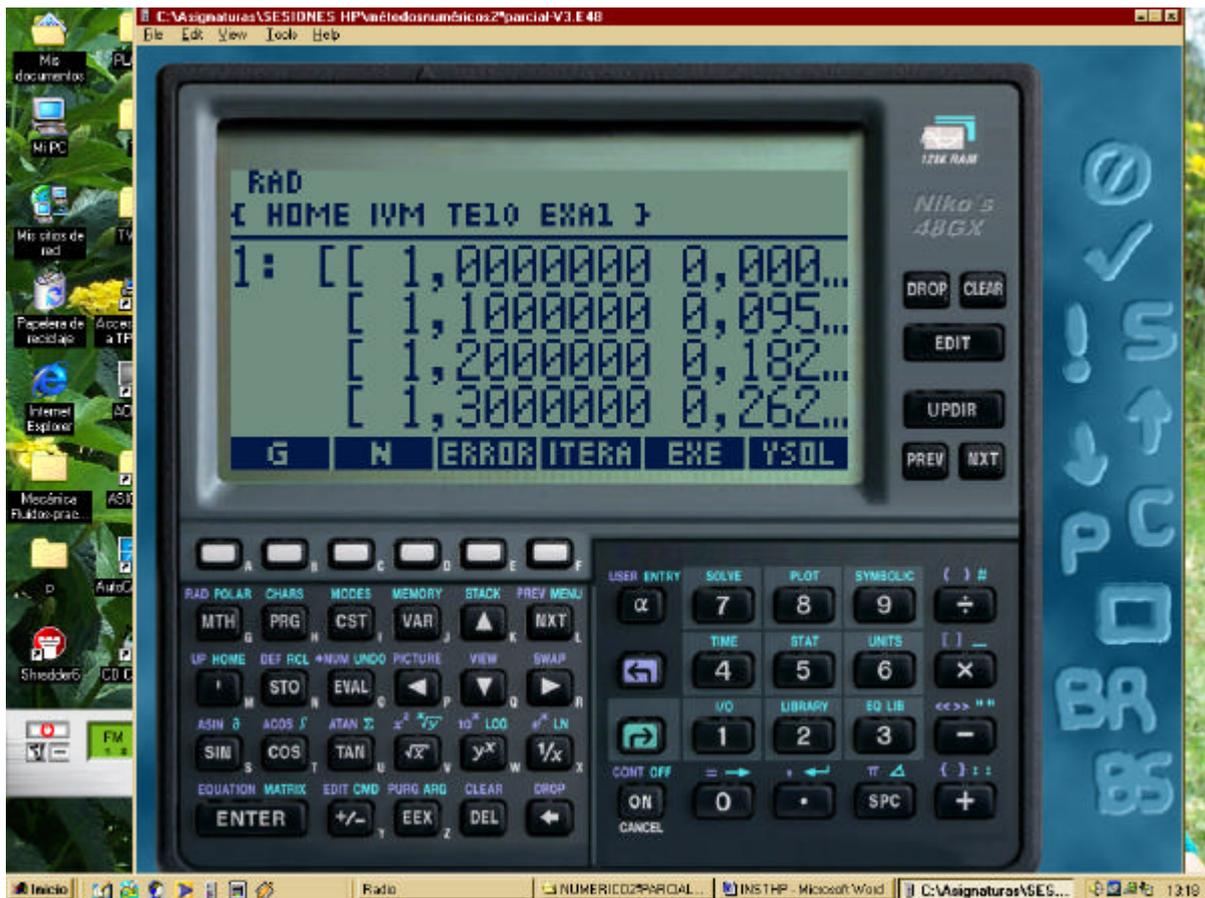
LA VARIABLE X SIEMPRE ES X, NO METAIS UNA T.

IMPORTANTE 2:

SI TENEIS EL EMULADOR DE LA HP , LO MEJOR ES ABRIR LA SESIÓN METODOSEMUV3, PROBAR AHÍ LOS PROGRAMAS Y SI OS GUSTA LO ENVIAIS A LA HP POR EL CABLE.

SOLO PARA LOS QUE NO TIENEN EL EMULADOR:

El emulador de la HP, es un programa para el ordenador que lo que hace es simular una HP en la pantalla del ordenador:



Esto es realmente fantástico, pues tienes una serie de ventajas enormes:

- La HP funciona a la velocidad del ordenador, por tanto los cálculos son instantáneos, o casi, y puedes probar rápidamente los programas que desees. (ventaja infinita)
- Si quieres ver a que velocidad te funcionará un programa en el examen, puedes poner que el emulador funcione a la velocidad real de la HP.
- Para instalar los programas, si te los pasan en formato de sesión, solo tienes que abrir y ya está, si te los pasan en formato para transfile, solo tienes que arrastrarlo sobre la pantalla, ponerle un nombre y STO.
- Puedes meter el texto desde el teclado, ventaja infinita también.
- Cada sesión que abras y guardes es como si tuvieses otra calculadora distinta, puedes tener una calculadora para cada asignatura.
- Otras muchas ventajas en función de tus necesidades.

El programa consta de tres partes, que normalmente encontrarás por separado y que tendrás que instalar correctamente. Es muy fácil de encontrar en internet. Las tres partes que necesitas son:

- El emulador: "EMU48".
- El sistema operativo de la Hp: "ROM", de la hp claro.
- Una interface: hay muchísimas, para mi la mejor es: 'NIKO'S HP48 GX WORKSTATION II'

Intentaré dejar un CD en delegación de alumnos con las tres partes compactadas en una carpeta para que lo podáis instalar rápidamente, creo que lo cuelgan en una de esas carpetas: "Aplics en Alea:" o parecida, con lo que se podrá bajar y grabar en CD en la sala de ordenadores.

IMPORTANTE 3:

SIEMPRE QUE ENTREIS EN UN PROGRAMA LO PRIMERO QUE DEBEIS HACER ES PULSAR LA TECLA **CST**, ASÍ SOLO VEREIS LAS COSAS QUE OS INTERESAN ORDENADITAS, Y NO PODREIS CAMBIAR VARIABLES QUE ROMPERIAN EL PROGRAMA.

IMPORTANTE 4:

ALGUNOS PROGRAMAS, SOBRE TODO LOS DEL FINAL PUEDEN SER UN POCO LENTOS, HAY QUE TENER CUIDADO CON EL ERROR QUE SE LE PIDE, SALVO QUE PIDAN EN EL EXÁMEN UN 10~12, PUES TAMPOCO ES NECESARIO EXAGERAR, YA QUE HAY QUE HACER MUCHAS EVALUACIONES DE FUNCIONES QUE ADEMÁS TIENEN UNAS CUANTAS VARIABLES, Y ESTO A LA HP LE CUESTA UN POCO.

PROGRAMAS INCLUIDOS:

- TEMA 4
 - LINEAL
 - LAGRANGE
 - NEWTON
 - SPLINES
 - PX
 - SPLX
- TEMA 5
 - PTOSDISCNORMAL
 - PTOSDISCQR
 - FUNCIONES
- TEMA 6
 - NEWTON
 - RECTA
 - PTO MEDIO
 - TRAPECIO
 - SIMPSON
 - GAUSS
 - LEGENDRE
 - LEGENDRECOMPUESTO
 - CHEBYSHEV
 - LAGUERRE
 - HERMITE
 - DOBLESRECTANGULO
 - DOBLESRECINTO
- TEMA 7
 - BISECCIÓN
 - REGULAFALSI
 - REGULAFALSIMODIFICADA
 - SECANTE
 - NEWTON
- TEMA 8
 - NEWTON
 - DESCENSO
 - COMBINADO
- TEMA 9
 - EULER
 - HEUN
 - POLIGONO ○ PTO MEDIO
 - HEUNMODIFICADO
 - RALSTON
 - RK3
 - RK4
 - SISTEMAS
 - ORDENM
- TEMA 10
 - LINEALESDISPARO
 - NOLINEALESDISPARO

A CONTINUACIÓN COMENTARÉ LAS COSAS QUE CREA INTERESANTES DE ELLOS.

TEMA 4

Los programas del tema 4 tienen un funcionamiento distinto al del resto de temas, en el tema 4 todos empiezan por la casilla EXE:

```
RAD
[ HOME TEM4 NEWTON ]
4:
3:
2:
1:
EXE  V  VI  X  Y  MATRI
```



Cuando pulsamos EXE el programa nos irá pidiendo los datos, los vectores deben introducirse como: [2 8 9 12]

Una vez introducidos los datos que os pida el programa hará sus cálculos y os dará la solución

Las casillas que aparecen a la derecha de EXE, contienen: o bien los datos que habéis introducido previamente, sirve para comprobar si nos sale un resultado no esperado, o bien contienen datos resultantes de la ejecución del programa, muy útil para el examen, por ejemplo en el programa de splines encontrareis la matriz A, y los vectores H, B, M.

Nunca, y en ningún programa, extensivo al resto de temas, debéis introducir nada en una casilla situada a la derecha de EXE, solo son informativas, podéis consultarlas pero no debéis modificarlas.

LINEAL, NEWTON, LAGRANGE, SPLINE, os pedirán los puntos y os darán el valor interpolado, aparte de otros resultados.

PX, os pedirá los puntos y os dará un polinomio que pasa por todos los puntos.

SPLX, os pedirá los puntos, os pedirá un valor intermedio, que es un valor arbitrario de x, perteneciente a la zona en la que queréis calcular el spline, y os dará un polinomio de grado 3, que es el spline que pasa por la zona en la que se encuentra el valor intermedio.

NOTA IMPORTANTE:

A PARTIR DE ESTE TEMA 5, Y HASTA EL FINAL LA DINÁMICA SIEMPRE ES LA SIGUIENTE, (DISTINTA DEL TEMA 4), CUANDO ENTRAIS AL DIRECTORIO, PULSAD LA TECLA **CST**, A PARTIR DE AHÍ TODAS LAS CASILLAS QUE HAY ANTES DE "EXE" HAY QUE RELLENARLAS CON DATOS, LUEGO SE EJECUTA EXE, Y TODAS LAS CASILLAS A LA DERECHA DE EXE SON RESULTADOS DEL PROGRAMA.

```
RAD
[ HOME TEMA5 PTO5DISCNORMAL ]
-----
2:
1: [[ 1,4000 ]
    [-0,8000 ]
    [ 0,0000 ]
    ]
-----
X   Y   N   EXE  SDL  E
-----
```



ENTRADA DATOS EJECUCIÓN RESULTADOS

TEMA 5

En el programa FUNCIONES, W es el vector de pesos, si no os dicen nada pues meted [1 1 1 1 1], tantos 1 como puntos tenga el vector VX o VY, en LISTA debéis meter las funciones con las que se va a hacer la aproximación, en el gráfico tenéis como se meterían las funciones del ejemplo de la página 9 del tema 5:

```
RAD
[ HOME TEMA5 FUNCIONES ]
-----
2:
1: { 'SIN(2*π*X)'
    1,0000 'COS(2*π*X)'
    }
-----
VX  VY  W  LISTA  EXE  SDL
-----
```



TEMA 6

En los programas dentro de NEWTON, la variable N es el número de intervalos en que queréis que se dividan los límites de la integral para hacerla.

En los programas dentro de GAUSS, la variable N en el número de puntos de Legendre, Chebyshev, Laguerre o Hermite que queréis que se tomen.

Las integrales de Legendre no hay que transformarlas, las de chebysev, etc.... Hay que transformarlas y meter la función f(x) que se quiere integrar

Ejemplo LEGENDRE:

$$\int_0^1 e^x dx$$

FUNC='EXP(X)'
A=0
B=1
N=4

```
RAD
...DME IVM TEM6 GAUSS LEGENDRE }
4:
3:
2:
1: 'EXP(X)'
```

FUNC	A	B	N	EXE	SOLUC



```
RAD
...DME IVM TEM6 GAUSS LEGENDRE }
4:
3:
2: "RESULTADO"
1: 1,7182818
```

FUNC	A	B	N	EXE	SOLUC

Ejemplo CHEBYSHEV:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

```

RAD
...HOME IVM TEM6 GAUSS CHEBYSHEV }
4:
3:
2:
1:      '√2/2*√(1-X) '
FUNC  N  EXE SOLUC
↑

```

```

RAD
...HOME IVM TEM6 GAUSS CHEBYSHEV }
4:
3:
2:      "RESULTADO"
1:      2,0129091
FUNC  N  EXE SOLUC
↑
con N=4

```

TEMA 7

DETALLE:

- CASILLA ITERA DELANTE DE EXE: INTRODUCIR EL NÚMERO DE ITERACIONES MÁXIMAS QUE QUEREIS QUE HAGA,
- CASILLA ITERA DESPUÉS DE EXE: NÚMERO DE ITERACIONES QUE HA HECHO.
- LO MISMO PARA LA CASILLA ERROR.

MENSAJE EN LA PANTALLA

```

RAD
[ HOME TEM7 NEWTON ]
4:
3:      "Error agotado"
2:      "RESULTADO"
1:      1,32471796
FUNC  A  ERROR ITER  EXE  SOLUC

```

“Error agotado” significa que ha llegado al resultado agotando el error que le hemos metido.

```

RAD
[ HOME TEM7 NEWTON ]
4:      Iteraciones
3:      agotadas
2:
1:
OK

```

ha agotado las iteraciones que le hemos metido, tenemos igualmente resultados pero no se ha alcanzado el error que queríamos.

TEMA 8

- Si hacéis los ejemplos de los apuntes, que no os extrañe si os sale una solución distinta, ya que los sistemas pueden tener más de una solución, en concreto, el ejemplo de la página 12 del tema 8 tiene 4 soluciones, que son $(0,5 \ 0,866)$ y tres combinaciones más cambiándolas de signo.
- El método de Newton puede ser no convergente, por tanto si comienzas a buscar la solución desde un punto demasiado alejado de la solución puedes tener problemas.
- El método del Descenso sirve para encontrar un punto relativamente cercano a la solución, no esperes encontrar la solución con este método, de entrada el error con el que se compara no es el de la solución sino el de la evaluación de la función $g(x)$, si $f_1(x)=10^{-5}$, y tienes 3 funciones f por ejemplo, entonces $g(x)=3*10^{-10}$, como se ve pronto se van de las manos los decimales. Además es un método muy lento. Yo creo que un error de 0,2 ó 0,1 es más que suficiente para encontrar un punto relativamente cerca a la solución, después deberás afinarlo con Newton.
- Con el método Combinado, sólo deberás meter el sistema de ecuaciones, una lista con las variables utilizadas, un punto inicial de búsqueda y el error que quieres, el programa utilizará primero el método del descenso y luego se pasará al de newton, lo bueno es que aunque partas de un punto alejadísimo, (si no te vas al infinito), seguro que encontrará la solución, a continuación tienes el ejemplo de la página 12 partiendo del punto $[2.000.000 \ -500.000]$

<pre> RAD [HOME TEMA COMBINADO] 3: 2: 1: [2000000,00000 -500000,00000] SISTE LISTA NO ERROR EXE SOLUC </pre>	<pre> RAD [HOME TEMA COMBINADO] 3: 2: "Resultado" 1: [[0,500000000] [0,86602540]] SISTE LISTA NO ERROR EXE SOLUC </pre>
--	--



- Fíjate como se introduce el sistema de ecuaciones, y la lista con las variables utilizadas:

<pre> RAD [HOME TEMA COMBINADO] 2: 1: { 'X^2+Y^2-1' '(X- 0,500000000)*(X+ 0,500000000)' } SISTE LISTA NO ERROR EXE SOLUC </pre>	<pre> RAD [HOME TEMA COMBINADO] 4: 3: 2: 1: { X Y } SISTE LISTA NO ERROR EXE SOLUC </pre>
---	---



TEMA 9

ENTIENDO QUE EN ESTE TEMA Y EL SIGUIENTE ES FUNDAMENTAL FIJARSE EN COMO SE DENOMINAN LAS VARIABLES.

- Desde el programa **EULER** y hasta **RK4** (Runge-Kutta orden 4), siempre es el mismo proceso, ejemplo pág 9 tema 9:

Las variables "t" cambiadas por "x"

$$\left. \begin{array}{l} y' = y - t^2 + 1 \\ y(0) = 0.5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \leq t \leq 2 \end{array}$$

```
RAD
[ HOME IVM TEM9 RK4 ]
4:
3:
2:
1: 'Y-X^2+1'
```

FXV	A	B	ALFA	N	EXE
↑	↑	↑	↑	↑	
'y-x^2+1'	0	2	0.5	5	

```
RAD
[ HOME IVM TEM9 RK4 ]
1: [[ 0.0000 0.5000 ]
    [ 0.1000 0.6574 ]
    [ 0.2000 0.8293 ]
    [ 0.3000 1.0151 ]
```

FXV	A	B	ALFA	N	EXE
-----	---	---	------	---	-----

- En el programa **SISTEMA**, hay que darle: una lista entre llaves con todas las ecuaciones del sistema, una lista entre llaves con las variables utilizadas (utilizad variables del tipo U1, U2, U3, U...), el intervalo A, B, y otra lista también entre llaves con los alfas de cada ecuación, N en todo el tema 9 y 10 en el número de subintervalos.

Para poner la lista entre llaves de todas las ecuaciones se puede hacer de distintas formas, yo lo hago así:

- Escribo directamente entre comillas o con el equation writer, cada ecuación en un nivel de la pila.
- Con la flecha hacia arriba, subo hasta la ecuación más alta.
- Pulso la tecla F (que representa LIST)
- Le doy al enter.
- Lo meto en SISTEMA.

```

RAD
[ HOME TEM9 SISTEMA ]
3:
2: '3*U1+2*U2-(2*X^2+...
1: '4*U1+U2+(X^2+2*X-4
   )*EXP(2*X) '
OBJ→ →ARR →LIST →STR →TAG →UNIT

```

```

RAD
[ HOME TEM9 SISTEMA ]
4:
3:
2▶ '3*U1+2*U2-(2*X^2+...
1: '4*U1+U2+(X^2+2*X-...
ECHO VIEW PICK ROLL ROLLD→LIST

```

```

RAD
[ HOME TEM9 SISTEMA ]
4:
3:
2:
1▶ { '3*U1+2*U2-(2*X^...
ECHO VIEW PICK ROLL ROLLD→LIST

```

```

RAD
[ HOME IVM TEM9 SISTEMA ]
1: { '3*U1+2*U2-(2*X^2
   +1)*EXP(2*X) ' '4*U1
   +U2+(X^2+2*X-4)*EXP
   (2*X) ' }
SISTE LISTA A B ALFA N

```



```

RAD
[ HOME TEM9 SISTEMA ]
4:
3:
2:
1: { U1 U2 }
CST SISTE LISTA A B ALFA

```

```

RAD
[ HOME TEM9 SISTEMA ]
3:
2:
1: { 1,0000000
   1,0000000 }
CST SISTE LISTA A B ALFA

```



Meted las variables tal y como se indica. Lista con las alfa de cada ecuación.

- Respecto del programa **ORDENM**, la nomenclatura cambia un poco pero tiene su lógica, la variables ahora se denominan:

- t ó x, como siempre es x.
- y = Y
- y' = Y1
- y'' = Y2
- y''' = Y3 etc,

ejemplo pág. 17 tema 9:

$$y'' - 2y' + 2y = e^{2t} \text{sent} \quad \left. \begin{array}{l} 0 \leq t \leq 2 \\ y(0) = -0.4 \\ y'(0) = -0.6 \end{array} \right\}$$

```
RAD
[ HOME IVM TEMS ORDENM ]
3:
2:
1: '2*Y1-2*Y+EXP(2*X)*
  SIN(X)'
```



```
RAD
[ HOME IVM TEMS ORDENM ]
4:
3:
2:
1: ( Y Y1 )
```



```
RAD
[ HOME IVM TEMS ORDENM ]
4:
3:
2:
1: { -0.4000 -0.6000 }
```



```
RAD
[ HOME IVM TEMS ORDENM ]
1: [[ 0.0000 -0.4000 ...
    [ 0.1000 -0.4617 ...
    [ 0.2000 -0.5256 ...
    [ 0.3000 -0.5886 ...
```

TEMA 10

- Programa **LINEALDISPARO**

En este programa el formato del problema es exactamente el mismo formato del tema de clase:

$$y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x) \quad \left. \begin{array}{l} a \quad x \quad b \\ y(a) = \acute{a} \\ y(b) = \hat{a} \end{array} \right\}$$

ejemplo:

$$y'' = 4y - 4x \quad \left. \begin{array}{l} 0 \quad x \quad 1 \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 2 \end{array} \right\}$$

```
RAD
...HOME IVM TE10 LINEALESDISPARO }
4:
3:
2:
1:
PX  QX  RX  A  B  ALFA
```

```
RAD
...HOME IVM TE10 LINEALESDISPARO }
4:
3:
2:
1:
BETA  N  ENE  YSOL  Y1  Y2
```

PX = 0
QX = 4
RX = '-4X'

A = 0
B = 1
ALFA = 0

BETA = 2
N = 10

EJECUTAR EXE

```
RAD
...HOME IVM TE10 LINEALESDISPARO }
1:  [ [ 0.0000  0.0000 ]
      [ 0.1000  0.1555 ]
      [ 0.2000  0.3133 ]
      [ 0.3000  0.4755 ]
BETA  N  ENE  YSOL  Y1  Y2
```

YSOL = Solución del problema total

Y1 = Solución del problema 1

Y2 = Solución del problema 2

- Programa **NOLINEALESDISPARO**

Este programa está muy bien creo yo, ya que le he hecho un pequeño cambio y sirve para resolver el problema estándar que sale en los apuntes, pág. 5 tema 10, como modificaciones en la ecuación que da beta, pág 9 tema 10 y otras muy de moda en los últimos exámenes.

Formato del problema que resuelve:

$$\left. \begin{aligned} y'' &= f(x,y,y') \\ a & \leq x \leq b \\ y(a) &= \hat{a} \\ g(y(a),y'(a),y(b),y'(b)) &= \hat{a} \end{aligned} \right\}$$

- Si $y(b) = \hat{a}$, pues en la función g únicamente pondremos 'YB' y ya está.
- Nomenclatura:
 - $y = Y$
 - $y' = Y1$
 - $y(a) = YA$
 - $y'(a) = Y1A$
 - $y(b) = YB$
 - $y'(b) = Y1B$

Ejemplo examen 31 mayo 2003:

$$\left. \begin{aligned} y'' &= y' - y/x + 1/x - 1 \\ 1 & \leq x \leq 2 \\ y(1) &= 0 \\ 2y'(2) - y(2) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

```

Y1-Y/X+1/X-1=0
FXYY1 A B ALFA BETA G
  
```

A = 1

B = 2

```

RAD
...ME IVM TE10 NOLINEALESDISPARO }
4:
3:
2:
1: 'Y1-Y/X+1/X-1'
FXYY1 A B ALFA BETA G
  
```

ALFA = 0

BETA = 2

```

RAD
...ME IVM TE10 NOLINEALESDISPARO }
4:
3:
2:
1: '2*Y1B-YB'
FXYY1 A B ALFA BETA G
  
```



En este programa también debemos darle una cota del error y un número máximo de iteraciones que queremos que haga, así como el número de subintervalos a tomar.

El resultado es una matriz de tres columnas, siendo la primera los valores de x , la segunda los valores de $y(x)$, y la tercera los valores de $y'(x)$.

```
RAD
...ME IVM TE10 NOLINEALES DISPARD }
1: [[ 1.000 0.000 1.0...
    [ 1.200 0.219 1.1...
    [ 1.400 0.471 1.3...
    [ 1.600 0.752 1.4...
N  ERROR  ITERA  EXE  YSOL  ERROR
```

FIN

Para concluir creo que lo mejor es repetir una vez más, lo que considero esencial, ya que ni yo mismo cuando lo estaba utilizando en el examen recordaba con certeza el formato de introducción de los datos de cada programa, es importante por tanto, antes de introducir algo, pulsar la casilla para ver que formato tiene.

Bueno, aquí concluye este documento, no se si este conjunto de programas son los más eficientes ya que están programados en el lenguaje menos poderoso de la hp (User RPL), pero también el único que hasta el momento conozco un poquito, creo que el interés está en que se ajustan al formato del temario visto en el curso 2002/2003 y que no falta ninguno.

Si a alguien le han gustado y los utiliza, espero que solo tenga que hacerlo una vez en exámen y que le sean de mucha utilidad.

Si no es mucho pedir, me gustaria que en caso de utilizarlos me lo comuniquéis con un escueto e-mail a: jovimo1@cam.upv.es, así podré saber si han tenido éxito o han sido un fracaso, bueno, al menos a mi me sirvieron, gracias.

