

## Capítulo 5

### Cómo trabajar con expresiones

#### Tabla de contenidos

Introducción .....	5-2
Con respecto a las expresiones .....	5-2
Cómo configurar el sistema.....	5-2
Cómo utilizar el sistema algebraico computarizado(CAS) .....	5-3
Cómo trabajar desde la línea de comandos .....	5-4
Cómo trabajar desde el <i>Equation Writer</i> .....	5-4
Cómo realizar substituciones .....	5-5
Expansión y factorización .....	5-5
Cómo expandir expresiones .....	5-6
Cómo factorizar expresiones .....	5-7
Expresiones exponenciales y trigonométricas .....	5-8
Comandos de cálculo .....	5-12
Cómo diferenciar una expresión paso a paso .....	5-13
Cómo configurar el modo paso a paso .....	5-13
Cómo realizar operaciones paso a paso .....	5-13
Ejemplo de paso a paso .....	5-13

Por mayor información, diríjase a <http://www.hp.com/calculators/hp49>.

## Introducción

Este capítulo explica cómo utilizar las principales características del sistema algebraico computarizado de la HP 49G para trabajar con expresiones.

Describe cómo:

- factorizar, expandir y simplificar expresiones
- utilizar las funciones de cálculo para realizar diferenciaciones e integraciones
- llevar a cabo una diferenciación en modo paso a paso

## Con respecto a las expresiones

Las ecuaciones consisten típicamente en grupos de expresiones. Las que a su vez consisten de términos y operadores matemáticos. La diferencia entre expresiones y ecuaciones es que las expresiones no contienen signos "=", mientras que las ecuaciones sí.

Puede usted utilizar la *Equation Writer* (Escritor de ecuaciones) o la línea de comandos para crear y editar expresiones. Los ejemplos incluidos en este capítulo no explican cómo crear las expresiones. Por información sobre cómo crearlas, vea el capítulo 2, "Operaciones Básicas" y el capítulo 3 "Cómo crear y modificar expresiones".

## Cómo configurar el sistema

Antes de comenzar a manipular expresiones, asegúrese que el sistema se encuentre configurado correctamente. Los siguientes parámetros configurativos son importantes al trabajar con expresiones.









- Variable actual  
La variable actual es la variable por defecto que la calculadora utiliza para operaciones tales como la factorización, diferenciación e integración. El valor por defecto es  $x$ .
- Modo  
Asegúrese que el modo COMPLEX (COMPLEJO) esté configurado al valor apropiado para realizar las operaciones que desee. Utilice la plantilla de entrada *CAS Modes* para seleccionar o no seleccionar el modo COMPLEX mode. Por información sobre cómo configurar modos vea "Operaciones básicas", en el capítulo 2.
  - Si no necesita trabajar con números complejos, sáquele la tilde al modo COMPLEX.


- Es importante seleccionar el modo **COMPLEX** cuando utiliza expresiones con números complejos. Algunas transformaciones se comportan en forma diferente en el modo complejo.

## Cómo utilizar el sistema algebraico computarizado

El sistema algebraico computarizado (CAS) de la HP 49G consiste en una serie de comandos que puede aplicar a distintas expresiones. Los comandos se agrupan en categorías.

La siguiente es una lista de las categorías y cómo se pueden acceder a los comandos desde cada una. En cada lista de categorías, los comandos se visualizan mediante una lista de opciones.

 <b>ALG</b>	Muestra los comandos algebraicos, para realizar operaciones tales como factorización o expansión.
 <b>ARITH</b>	Muestra los comandos <i>complex</i> , el entero y aritmética polinómica.
 <b>CALC</b>	Muestra los comandos de cálculo para realizar operaciones tales como integración y diferenciación. Esta categoría también incluye comandos para trabajar con límites, series y con polinomios de Taylor.
 <b>CMPLX</b>	Muestra los comandos correspondientes a números complejos.
 <b>EXP&amp;LN</b>	Muestra los comandos para manipular expresiones exponenciales y logarítmicas.
 <b>MATRICES</b>	Muestra los comandos para trabajar con matrices.
 <b>S.SLV</b>	Muestra los comandos necesarios para resolver una ecuación en forma simbólica.
 <b>TRIG</b>	Muestra los comandos para manipular expresiones trigonométricas.

Por ejemplo, si deseara simplificar una expresión trigonométrica, deberá pulsar  **TRIG** para mostrar los comandos trigonométricos.

Puede utilizar el sistema de álgebra computarizado para manipular expresiones, tanto en la línea de comandos, como desde *Equation Writer*.

- Desde la línea de comandos, ubique la expresión entre los paréntesis del comando.
- Dentro de la *Equation Writer*, usted selecciona la expresión, o parte de la misma y luego un comando del menú.

## Cómo trabajar desde la línea de comandos

Para trabajar desde la línea de comandos, use el siguiente procedimiento:

1. Utilice una de las combinaciones de teclas, listada en la página anterior, para mostrar la lista de opciones que contenga el comando que desea.
2. Utilice las teclas flecha para resaltar el comando a utilizar, y pulse **(ENTER)** para ubicarlo en la línea de comandos.  
El comando aparece con un par de paréntesis conteniendo a la expresión.
3. Asegúrese que el cursor esté entre los paréntesis del comando e introduzca la expresión a manipular. Por información para introducir una expresión, vea la sección siguiente.
4. Con la expresión entre los paréntesis del comando, pulse **(ENTER)** para aplicar el comando a la expresión.

## Cómo introducir una expresión en la línea de comandos

Existen tres formas de introducir una expresión en la línea de comandos:

- Utilizando el editor de la línea de comandos para introducir la expresión directamente a la línea de comandos.
- Utilizando *Equation Writer*:
  - a. Pulse **(EQW)** para iniciar *Equation Writer*.
  - b. Cree la expresión.
  - c. Pulse **(ENTER)** para salir del *Equation Writer*. La expresión queda ubicada en la línea de comandos.
- Utilice una expresión almacenada en la memoria o desde la historia. Por detalles, vea el capítulo 2, “Operaciones básicas”, y el capítulo 7, “Cómo almacenar objetos”.

## Cómo trabajar desde el *Equation Writer*

En *Equation Writer*, usted puede aplicar a toda la expresión un comando algebraico computarizado, o puede seleccionar una parte de la expresión para aplicarle un comando. Por detalles sobre como utilizar *Equation Writer* vea el capítulo 3, “Cómo crear y editar expresiones”. Para utilizar el sistema algebraico computarizado, dentro del *Equation Writer*, haga lo siguiente:

1. Inicie *Equation Writer* y cree la expresión.
2. Seleccione la parte de la expresión sobre la que quiere trabajar, o seleccione toda la expresión.
3. Pulse las teclas correspondientes a la categoría de comandos que desee. Vea la página 5-3. Aparece una lista de opciones conteniendo los comandos.
4. Para seleccionar un comando, utilice las teclas flecha para resaltarlo y pulse **ENTER**. El comando se aplica a la selección elegida.  
Al aplicar un comando, el componente seleccionado es reemplazado por el resultado.

## Cómo realizar substituciones

Utilice el comando SUBST en la categoría algebraica para hacer substituciones. Por ejemplo, el comando siguiente substituye la  $x$  por el valor 2 en la expresión:

$$\text{SUBST}(\ln(x^2 + 1) + \arctan(x), x = 2)$$

El comando produce el siguiente resultado:

$$\ln(2^2 + 1) + \arctan(2)$$

También puede utilizar este comando para substituir expresiones:

$$\text{SUBST}(\ln(x^2 + 1) + \arctan(x), x = y + 2)$$

## Expansión y factorización

La HP 49G puede expandir y factorizar la mayoría de las expresiones algebraicas. Los comandos que realizan estas funciones se encuentran en la categoría algebraica. Si la expresión en la que está trabajando contiene funciones trigonométricas o exponenciales, probablemente necesite simplificar la expresión antes de utilizar EXPAND o FACTOR. Por detalles, vea “Expresiones exponenciales y trigonométricas” en la página 5-8.

- **EXPAND** expande y simplifica una expresión.
- **FACTOR** factoriza una expresión.

## Cómo expandir expresiones

Se utiliza el comando EXPAND para expandir y simplificar una expresión. Este ejemplo expande una expresión con tres subexpresiones entre paréntesis:

$$(x+1)(2x-5)(x-7)$$

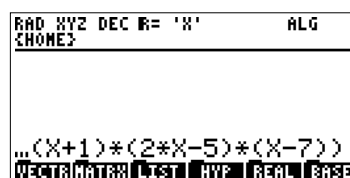
1. Abra la lista de comando *Algebra* y seleccione EXPAND para ubicarla en la línea de comandos.

$\rightarrow$  [ALG] [ENTER]



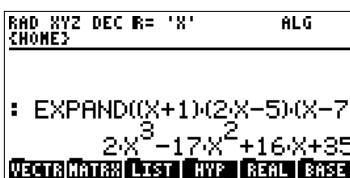
2. Con el cursor entre los paréntesis, inicie *Equation Writer* y cree la expresión. Una vez realizado esto, pulse [ENTER] para ubicarla en la línea de comandos entre los paréntesis.

[ENTER]



3. Pulse [ENTER] para expandir la expresión.

[ENTER]

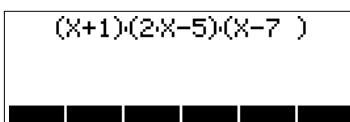


## Cómo expandir parte de la expresión

Para expandir partes de la expresión, debe trabajar desde *Equation Writer*. Por ejemplo, para expandir los dos primeros componentes de la expresión de la sección anterior, realice lo siguiente:

1. Inicie *Equation Writer* y cree la expresión.

[EQW]



- Utilice ya sea el modo *Cursor* o *Selection* para seleccionar solamente los primeros dos componentes de la selección. Por ejemplo, si el cursor está ubicado en el primer término de la expresión,  $x$ , pulse las siguientes teclas.

$\leftarrow \rightarrow \rightarrow$

$(x+1)(2x-5)(x-7)$

- Abra la lista del comando *Algebra* y seleccione EXPAND para expandir los componentes seleccionados.

$\rightarrow$  (ALG) (ENTER)

$(2x^2-3x-5)(x-7)$

## Cómo factorizar expresiones

Se utiliza el comando FACTOR para factorizar una expresión. Igual que con EXPAND, usted puede factorizar una expresión completa o componentes de la misma.

### Ejemplo

El ejemplo siguiente factoriza la siguiente expresión polinómica cúbica:

$$2x^3 + 5x^2 - 8x - 20$$

- Abra la lista de comandos *Algebra* y seleccione FACTOR.

$\rightarrow$  (ALG)  $\downarrow$  (ENTER)

BAD XYZ DEC R= 'X' ALG  
{HOME}  
  
FACTOR<4  
VECTR MATRX LIST HYP REAL BASE

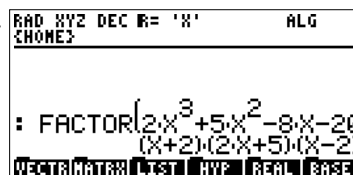
- Con el cursor ubicado entre los paréntesis, inicie *Equation Writer* y cree la expresión, pulsando (ENTER) para ubicarla en la línea de comandos entre los paréntesis.

(EQW) ... (ENTER)

BAD XYZ DEC R= 'X' ALG  
{HOME}  
  
... (2\*X^3+5\*X^2-8\*X-20)  
VECTR MATRX LIST HYP REAL BASE

3. Pulse  $\text{ENTER}$  para factorizar la expresión.

$\text{ENTER}$



## Expresiones exponenciales y trigonométricas

Al trabajar con expresiones que contienen funciones exponenciales y trigonométricas, a menudo tiene que simplificarlas antes de utilizar FACTOR o EXPAND. Los comandos siguientes, de la categoría exponencial y de linearización, simplifican las expresiones trigonométricas y exponenciales. Al principio de cada descripción, aparecen las teclas que se utilizan para acceder a la lista de comando.

EXPLN Lista de comando *Trigonometry* —  $\text{TRIG}$

Aplica la identidad de Euler. Por ejemplo, el comando:  
EXPLN(Sin( $x$ ))  
produce el siguiente resultado:

$$\frac{\text{EXP}(x \cdot i) - \frac{1}{\text{EXP}(x \cdot i)}}{2i}$$

HALFTAN Lista de comando *Trigonometry* —  $\text{TRIG}$

Reemplaza los términos sin( $x$ ), cos( $x$ ), y tan( $x$ ) con términos que utilizan:

$$\text{WQ} \frac{x}{2}.$$

LIN Lista de comando *Exp y Lin* —  $\text{EXP\&LN}$

Realiza identidades de Euler, para luego linearizar expresiones aplicando las siguientes substituciones:

$$e^x e^y \rightarrow e^{x+y}$$

$$(e^x)^n \rightarrow e^{nx}$$







Por ejemplo, el comando siguiente:

LIN(Sin( $x$ ))

produce el siguiente resultado:

$$-\frac{1}{2} \cdot ( ; 3(L / ) + \frac{i}{2} \cdot ( ; 3(-L / )$$



LNCOLLECT	<p>Lista de comando <i>Exp</i> y <i>Lin</i> — </p> <p>Recoge términos que involucran logaritmos. Por ejemplo:  LNCOLLECT (ln(2) + ln(3))  devuelve:  ln(2×3)</p>
SINCOS	<p>Lista de comando <i>Trigonometry</i> — </p> <p>Convierte las expresiones exponenciales y logarítmicas naturales a expresiones trigonométricas.</p>
TAN2SC	<p>Lista de comando <i>Trigonometry</i> — </p> <p>Aplica la siguiente substitución:</p> $\tan(x) \rightarrow \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
TAN2SC2	<p>Lista de comando <i>Trigonometry</i> — </p> <p>Aplica las siguiente substituciones:</p> $\tan(x) \rightarrow \frac{\sin(2x)}{1 + \cos(2x)}$ $\tan(x) \rightarrow \frac{1 - \cos(2x)}{\sin(2x)}$
TCOLLECT	<p>Lista de comando <i>Trigonometry</i> — </p> <p>Combina términos de seno y coseno con igual argumento. Por ejemplo:  TCOLLECT(sin(x)+cos(x))  devuelve:  <math>\sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})</math></p>
TEXPAND	<p>Lista de comando <i>Trigonometry</i> — </p> <p>Expande expresiones de la forma Exp(nx), Sin(nx), y Cos(nx), donde n es un entero. Realiza las siguientes substituciones:</p>



$$e^{x+y} \rightarrow e^x e^y$$

$$\ln(xy) \rightarrow \ln(x) + \ln(y)$$

$$\sin(x+y) \rightarrow \sin(x)\cos(y) + \sin(y)\cos(x)$$

$$\cos(x+y) \rightarrow \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$$

TLIN

Lista de comando *Trigonometry* —  

Realiza la siguiente substitución:

$$\operatorname{Im}(f) \operatorname{Im}(g) = \frac{1}{2}(\operatorname{Re}(f - g) - \operatorname{Re}(f + g))$$

TRIG

Lista de comando *Trigonometry* —  

Simplifica expresiones aplicando la siguiente substitución:

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$


TRIGCOS

Lista de comando *Trigonometry* —  

Realiza la siguiente substitución y, donde fuera posible, devuelve términos coseno:

$$\sin^2(x) \rightarrow 1 - \cos^2(x)$$

TRIGSIN

Lista de comando *Trigonometry* —  

Realiza la siguiente substitución y, donde fuera posible, devuelve términos seno:

$$\cos^2(x) \rightarrow 1 - \sin^2(x)$$

## Ejemplo

Este ejemplo utiliza TLIN, en conjunto con EXPAND, para simplificar la siguiente expresión trigonométrica y deducir su valor:

$$\left(\cos \frac{\pi}{12}\right)^2$$

1. Abra la lista de comando *Exp* y *lin*, y seleccione TLIN.

$\leftarrow$  EXP&LN  $\downarrow$   $\downarrow$  ENTER

```
RAD XYZ DEC R= 'X'   ALG
{HOME}

TLIN<+
VECTRMATR LIST HYP REAL BASE
```

2. Con el cursor ubicado entre los paréntesis, inicie *Equation Writer* y cree la expresión, pulsando ENTER para ubicarla en la línea de comandos entre los paréntesis.

EQW ... ENTER

```
RAD XYZ DEC R= 'X'   ALG
{HOME}

TLIN(COS(π/12)^2)
VECTRMATR LIST HYP REAL BASE
```

3. Pulse ENTER para simplificar la expresión.

ENTER

```
RAD XYZ DEC R= 'X'   ALG
{HOME}

: TLIN(COS(π/12)^2)
      1/2·COS(2·1/12)+1/2
VECTRMATR LIST HYP REAL BASE
```

4. Abra la lista de comandos *Algebra* y seleccione EXPAND.

$\leftarrow$  ALG ENTER

5. Recupere el cálculo de la historia.

```
RAD XYZ DEC R= 'X'   ALG
{HOME}

: PRG 'TLIN(COS(π/12)^2)
...COS(2*(1*π/12))+1/2)
ECHO VIEW INFO GOTO
```

6. Pulse ENTER para expandir la expresión.

ENTER

```
RAD XYZ DEC R= 'X'   ALG
{HOME}

: EXPAND(1/2·COS(2·1/12)+1/2)
      21+11·√3
      42
VECTRMATR LIST HYP REAL BASE
```

## Comandos de cálculo

Utilice el comando DERVX para diferenciar una expresión.

Por ejemplo, el comando siguiente:

$$\text{DERVX}(\ln(\ln(x^2 + 1)))$$

produce el siguiente resultado:

$$2 \frac{1}{x} \frac{1}{\ln(x)} \ln(\ln(x))$$

Utilice el comando INTVX para realizar integraciones simbólicas.

Por ejemplo, el comando siguiente:

$$\text{INTVX}(5x^3 + 2x^2)$$

produce el siguiente resultado:

$$\frac{5}{4} I^4 + I^3$$

## Cómo diferenciar una expresión paso a paso

Usted puede utilizar la HP 49G para diferenciar expresiones en el modo paso por paso. El sistema algebraico computarizado muestra los resultados en cada etapa del proceso de diferenciación.

### Cómo configurar el modo paso a paso

Puede utilizar la plantilla de entrada *CAS Modes* para configurar el modo paso a paso.

1. Pulse **(MODE)**.  
Aparece la plantilla de entrada *Calculator Modes*.
2. Pulse **(F3)** para seleccionar *CAS*.  
Aparece la plantilla de entrada *CAS Modes*.
3. Pulse **(▶▶▶)** para seleccionar *STEP BY STEP (PASO A PASO)* y pulse **(F2)** para seleccionar *CHK*. Aparece una tilde al lado del modo.
4. Pulse **(ENTER)** dos veces para volver a la pantalla inicial.

### Cómo realizar operaciones paso a paso

Usted realiza operaciones paso a paso desde *Equation Writer*.

1. Utilice el método explicado arriba para configurar el modo paso a paso.
2. Acceda a *Equation Writer* y cree o importe la expresión con la cual quiere trabajar.
3. Utilice las teclas flecha para seleccionar la expresión.
4. Pulse **(EVAL)** para llevar a cabo el primer paso de la operación.  
Aparece el resultado del primer paso.
5. Repita el proceso pulsando **(EVAL)** para realizar los pasos siguientes de la operación. Cada vez que pulse **(EVAL)**, la calculadora realiza el paso siguiente del proceso, y muestra el resultado.

### Ejemplo de paso a paso

Este ejemplo diferencia la siguiente expresión en el modo paso a paso.

$$3 \sin x + 4 \cos^2 x$$

1. Utilice el método descrito en la página anterior para asegurar de que ha configurado el modo paso a paso.

2. Pulse  $\text{EQW}$  para iniciar *Equation Writer*.

3. Cree la expresión

$\text{3 SIN VAR} \rightarrow \text{+} \text{4 COS VAR} \rightarrow \text{y}^x \text{2}$   
 $\rightarrow \delta \text{ VAR}$

$$\frac{\partial}{\partial x} (3 \cdot \sin(x) + 4 \cdot \cos(x)^2)$$

4. Elija la expresión.

$\uparrow \uparrow$

$$\frac{\partial}{\partial x} (3 \cdot \sin(x) + 4 \cdot \cos(x)^2)$$

5. Evalúe el primer paso.

$\rightarrow \text{EVAL}$

$$\frac{\partial}{\partial x} (3 \cdot \sin(x)) + \frac{\partial}{\partial x} (4 \cdot \cos(x)^2)$$

6. Evalúe el paso siguiente.

$\rightarrow \text{EVAL}$

$$3 \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\sin(x)) + 4 \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\cos(x)^2)$$

7. Evalúe el paso siguiente.

$\rightarrow \text{EVAL}$

$$3 \cdot \cos(x) + 4 \cdot 2 \cdot \cos(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\cos(x))$$

8. Evalúe el último paso. Esto devuelve el resultado final de la derivada.

$\rightarrow \text{EVAL}$

$$3 \cdot \cos(x) - 8 \cdot \cos(x) \cdot \sin(x)$$