FÓRMULAS DE TEORÍA DE COLAS

1. MODELOS CON COLA INFINITA

	[M/M/1]:[FIFO/∞/∞]	[M/M/S]:[FIFO/∞/∞]
Porcentaje de ocupación del sistema	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$	$\rho = \frac{\lambda}{S\mu}$
Probabilidad de que el sistema esté vacío	$P_0 = 1 - \rho$	$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{S-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^S}{S!(1-\lambda/S\mu)} \right]^{-1}$
Probabilidad de que haya n clientes en el sistema	$P_n = \rho^n (1-\rho)$	$P_n = \left\{ \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 \right\} \; Para \; n \le S$ $P_n = \left\{ \frac{(\lambda/\mu)^n}{S!S^{n-S}} P_0 \right\} \; Para \; n > S$
Probabilidad de que el sistema se esté llenando	$P\{n < 1\} = P_0 = 1 - \rho$	$P\{n < S\} = P_0 + P_1 + ... + P_{S-1}$
Probabilidad de que el sistema esté lleno	$P\{n \ge 1\} = 1 - P_0$	$P\{n \ge S\} = \frac{(\lambda/\mu)^S}{S!(1-\lambda/S\mu)} P_0$
Longitud esperada de clientes en el sistema	$L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$	$L = Lq + \psi = Lq + \lambda/\mu$
Longitud esperada de clientes en la cola	$Lq = L - (1 - P_0) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$	$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^S P_0 \rho}{S!(1-\rho)^2}$
Tiempo esperado de espera en el sistema	$\omega = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$	$\omega = \frac{L}{\lambda}$
Tiempo esperado de espera en la cola	$\omega_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$	$\omega_q = \frac{L_q}{\lambda}$

2. MODELOS CON COLA FINITA

	[M/M/1]:[FIFO/N/∞]	[M/M/S]:[FIFO/N/∞]
Porcentaje de ocupación del sistema	$\rho = \frac{\lambda e}{\mu}$	$\rho = \frac{\lambda e}{S\mu}$
Probabilidad de que el sistema esté vacío	$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}$	$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{S} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \sum_{n=S+1}^{N} \frac{(\lambda/\mu)^n}{S!S^{n-S}} \right]^{-1}$
Probabilidad de que haya n clientes en el sistema	$P_n = \rho^n \left(\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right)$	$P_n = \left\{ \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 \right\} \; Para \; n \le S$ $P_n = \left\{ \frac{(\lambda/\mu)^n}{S!S^{n-S}} P_0 \right\} \; Para \; n > S$
Probabilidad de que el sistema se esté llenando	$P\{n < 1\} = P_0$	$P\{n < S\} = P_0 + P_1 + ... + P_{S-1}$

Probabilidad de que el sistema esté lleno	$P\{n \geq 1\} = 1 - P_0$	$P\{n \geq S\} = P_0 \sum_{n=S}^{N} \frac{(\lambda / \mu)^n}{S! S^{n-S}}$
Tasa de llegadas efectiva	$\lambda_e = \lambda (1 - P_N)$	$\lambda_e = \lambda (1 - P_N)$
Longitud esperada de clientes en el sistema	$L = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}}$	$L = \sum_{n=0}^{S-1} nP_n + Lq + S\left(1 - \sum_{n=0}^{S-1} P_n\right)$
Longitud esperada de clientes en la cola	$Lq = L - (1 - P_0)$	$Lq = \frac{P_0 \rho (\lambda / \mu)^S}{S!(1-\rho)^2}\left[1 - \rho^{N-S} - (N-S)\rho^{N-S}(1-\rho)\right]$ $Lq = \sum_{n=S}^{N} (n-S) P_n$
Tiempo esperado de espera en el sistema	$\omega = \frac{L}{\lambda e}$	$\omega = \frac{L}{\lambda e}$
Tiempo esperado de espera en la cola	$\omega = \frac{Lq}{\lambda e}$	$\omega = \frac{Lq}{\lambda e}$

3. MODELOS CON FUENTE LIMITADA

	[M/M/1]:[FIFO/N/N]	[M/M/S]:[FIFO/N/N]
Porcentaje de ocupación del sistema	$\rho = \frac{\lambda e}{\mu}$	$\rho = \frac{\lambda e}{S\mu}$
Probabilidad de que el sistema esté vacío	$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{(N-n)!} (\lambda / \mu)^n\right]^{-1}$	$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{S-1} \frac{N!}{(N-n)!} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \sum_{n=S}^{N} \frac{N!}{(N-n)!} \frac{(\lambda/\mu)^n}{S! S^{n-S}}\right]^{-1}$
Probabilidad de que haya n clientes en el sistema	$P_n = \frac{N!}{(N-n)!} (\lambda / \mu)^n P_0$	$P_n = \frac{N!}{(N-n)!} \frac{(\lambda / \mu)^n}{n!} P_0 \quad \text{para n} \leq \text{S}$ $P_n = \frac{N!}{(N-n)!} \frac{(\lambda / \mu)^n}{S! S^{n-S}} P_0 \quad \text{para n} > \text{S}$
Probabilidad de que el sistema se esté llenando	$P\{n < 1\} = P_0$	$P\{n < S\} = P_0 + P_1 + \ldots.. + P_{S-1}$
Probabilidad de que el sistema esté lleno	$P\{n \geq 1\} = 1 - P_0$	$P(n \geq S) = P_0 \sum_{n=S}^{N} \frac{N!}{(N-n)!} \frac{(\lambda / \mu)^n}{S! S^{n-S}}$
Tasa de llegadas efectiva	$\lambda e = \lambda (N - L)$	$\lambda e = \lambda (N - L)$
Longitud esperada de clientes en el sistema	$L = N - \frac{\mu}{\lambda}(1 - P_0)$	$L = \sum_{n=0}^{N} nP_n = \sum_{n=0}^{S} nP_n + Lq + S\left(1 - \sum_{n=0}^{S} P_n\right)$
Longitud esperada de clientes en la cola	$Lq = L - (1 - P_0)$	$Lq = \sum_{n=S}^{N} (n-S) P_n$
Tiempo esperado de espera en el sistema	$\omega = \frac{L}{\lambda e}$	$\omega = \frac{L}{\lambda e}$
Tiempo esperado de espera en la cola	$\omega = \frac{Lq}{\lambda e}$	$\omega = \frac{Lq}{\lambda e}$

4. OTROS MODELOS DE COLAS [POLLATZECK-KINTCHINE]

	[M/D/1]:[FIFO/∞/∞]	[M/E$_k$/1]:[FIFO/∞/∞]
Porcentaje de ocupación del sistema	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$	$\rho = \frac{\lambda}{S\mu}$
Probabilidad de que el sistema esté vacío	$P_0 = 1 - \rho$	$P_0 = 1 - \rho$
Probabilidad de que haya n clientes en el sistema	$P_n = \rho^n (1 - \rho)$	$P_n = \rho^n (1 - \rho)$
Probabilidad de que el sistema se esté llenando	$P\{n < 1\} = P_0$	$P\{n < 1\} = P_0$
Probabilidad de que el sistema esté lleno	$P\{n \geq 1\} = 1 - P_0$	$P\{n \geq 1\} = 1 - P_0$
Longitud esperada de clientes en la cola	$Lq = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}$	$Lq = \frac{\lambda^2 / (k\mu^2) + \rho^2}{2(1-\rho)} = \frac{\lambda^2 (1+k)}{2k\mu(\mu - \lambda)}$
Longitud esperada de clientes en el sistema	$L = Lq + \rho$	$L = Lq + \rho$
Tiempo esperado de espera en el sistema	$\omega = \frac{L}{\lambda}$	$\omega = \frac{L}{\lambda}$
Tiempo esperado de espera en la cola	$\omega q = \frac{Lq}{\lambda}$	$\omega q = \frac{Lq}{\lambda}$