

CGM

Computer Geometry Manager

Versión 1.0

A. Palacios Laloy

1 Introducción

La HP49, gracias a la pericia de los programadores del CAS, ha llegado a ser una herramienta excepcional en el campo del álgebra y del cálculo básico. Sin embargo, en el campo de la geometría, incluso elemental, el trabajo con la calculadora se hace largo y tedioso por tener que usar la pila, no estar definidos los objetos geométricos y no existir programas que realicen operaciones genéricas como cálculo de proyecciones y distancias.

El objetivo del CGM es subsanar estas deficiencias con una un sistema modulable de geometría en que unos comandos básicos gestionen eficazmente la definición, el almacenamiento y la forma de los objetos geométricos y una colección de programas, que espero poder ampliar poco a poco, trabaje sobre ellos.

2 La gestión de los objetos en el CGM

2.1 Clases de objetos

Todos los objetos gestionados por el CGM tienen un nombre que ha de empezar por la letra que define el tipo de objeto. Las matrices que representan los objetos pueden contener, sin ninguna restricción, expresiones simbólicas y pueden ser de cualquier dimensión, aunque la mayoría de los programas trabajen principalmente con 3D y, en menor grado, con 2D. Inicialmente el CGM incorpora los siguientes objetos:

V-Vector libre: representa un segmento orientado en el origen de coordenadas. Se representa como matriz unidimensional. Ej: V1:[0 1 7]

P-Punto: objeto de dimesión nula. Se representa con su vector de posición respecto del origen de coordenadas. Ej: PA:[1 2 3]

R-Recta: objeto unidimensional. Se representa con una matriz cuya primera fila es un punto de la recta y cuya segunda fila es el vector director. Ej: R1 que pasa por el origen ([0 0 0]) y tiene la dirección del vector [1 2 1] se representa como:

$$R1 : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

π -Plano: objeto bidimensional. Se representa con una matriz cuya primera fila es un punto del plano y cuya segunda fila es un vector normal al plano. Ej: $\pi 1$ que pasa por [1 4 2] y es perpendicular al eje OX se representa como:

$$\pi 1 : \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Otras clases de objetos podrían ser incluidos según las necesidades de uso de la librería.

2.2 Nombrar objetos

En cualquier comando de esta librería cuando se alude a introducir un nombre de objeto se puede dar este como:

- Cadena de texto.
- Nombre global.
- Etiqueta unida al propio objeto (TAG).

Además, excepto en la proyección de un vector sobre otro, el orden de los argumentos no es importante.

2.3 Definir objetos

Las definiciones de objetos se realizan con el comando DF, el cual admite como argumentos la matriz que representa al objeto y su nombre. También admite como argumento un objeto etiquetado (TAG).

2.4 Borrar objetos

Para borrar un objeto se usa el comando DEL que admite como argumento cualquier forma del nombre del objeto. Para borrar todos los objetos definidos se usa el comando SWEEP.

2.5 Recuperar objetos

El comando CALL se encarga de recuperar objetos. Dado un nombre de objeto, CALL recupera el objeto etiquetado con su nombre.

2.6 Lista de objetos

Para obtener una lista de objetos definidos y poder volcar a la pila cualquiera de ellos se usa el comando LIST.

2.7 Añadir objetos

La mayoría de los programas de geometría proporcionan a la salida un objeto, el cual es, en muchos casos, útil almacenar. Para ello se puede usar el comando OA(Object Add) que almacena el objeto bajo un nombre aleatorio del cual informa al usuario.

3 Programas de geometría elemental (v1.0 β)

3.1 Definición de objetos a partir de los dados

En general, dos objetos geométricos definen siempre otro, bien sea por proporcionalidad(un vector y un punto definen una recta...) o por intersección (un plano y una recta definen un punto). El programa DETOB calcula el objeto que definen sus dos argumentos.

3.1.1 Definición de planos

Un plano se puede definir no sólo con dos elementos geométricos (recta y punto, punto y vector normal) sino también con tres (tres puntos, un punto y dos vectores). El programa DET π determina el plano a partir de estos elementos.

3.1.2 Definición a partir de ecuaciones

Una ecuación lineal de n variables define un objeto de dimensión $n - 1$ en un espacio de dimensión n . Los programas $\text{EQ} \rightarrow \text{O}$ y $\text{O} \rightarrow \text{EQ}$ realizan estas transformaciones.

3.2 Relaciones topológicas

3.2.1 Comprobación de pertenencia

Con el programa IN? es posible determinar si un alguno de sus argumentos está contenido en el otro (1 a la salida) o no (0 a la salida).

3.2.2 Posición realtiva de planos y rectas

La función del programa POSIT es comprobar la posición relativa de sus argumentos. La salida se realiza en forma de cadena explicativa.

3.3 Relaciones métricas

3.3.1 Proyecciones

Tomando dos argumentos, el programa PROY calcula la proyección ortogonal de uno sobre el otro. Sólo aquí es importante el orden en el caso de la proyección de un vector sobre otro.

3.3.2 Distancias

El programa DIST calcula la distancia ortogonal entre dos elementos métricos cualesquiera. Si la bandera 8 está activada no realiza comprobación de que exista esta distancia (que las rectas y planos sean paralelos), por lo que conviene activarla cuando se opera sobre objetos simbólicos.

3.3.3 Ángulos

El comando ANGL obtiene el ángulo plano que hay entre dos objetos del espacio.

3.3.4 Áreas

AREA calcula el área plana del triángulo definido por tres puntos. Así es posible calcular el área de cualquier recinto poligonal plano, aunque aún no se ha implementado ningún algoritmo de triangulación que permita automatizar este proceso.

3.3.5 Volúmenes

Con cuatro puntos VOL calcula el volumen del tetraedro que definen. De esta forma se podrían hallar volúmenes de cualquier clase de recinto delimitado por planos, aunque un algoritmo general aún no esté implementado.

3.4 Programas varios

3.4.1 Normalización de un vector

Dado un vector cualquiera NORM lo convierte en un vector unitario de su misma dirección.

3.4.2 Perpendicular a un vector en 2D

El programa PRP realiza esta sencilla operación.

A Referencia de comandos

ANGL	
Descripción:	Calcula el ángulo entre dos elementos geométricos.
Argumentos:	VV RR $R\pi$ $\pi\pi$
Salida:	El ángulo plano medido en la unidad en la que esté configurada la calculadora.
AREA	
Descripción:	Obtiene el área del triángulo delimitado por tres puntos.
Argumentos:	PPP
Salida:	El área en unidades cuadradas.
CALL	
Descripción:	Recupera un objeto.
Argumentos:	Nombre de objeto.
Salida:	Objeto etiquetado con su nombre.
DF	
Descripción:	Define un nuevo objeto geométrico.
Argumentos:	Un objeto y su nombre o un objeto etiquetado.
Salida:	Ninguna.
DEL	
Descripción:	Borra un objeto geométrico previamente definido.
Argumentos:	Un nombre de objeto.
Salida:	Ninguna.
DETOB	
Descripción:	Determina un objeto geométrico a partir de otros dos.
Argumentos:	Dos nombres de objetos.
Salida:	Objeto etiquetado.
DET π	
Descripción:	Determina un plano a partir de tres objetos.
Argumentos:	PPP PVV PPV
Salida:	Un plano etiquetado.
DIST	
Descripción:	Calcula la distancia ortogonal entre dos objetos.
Argumentos:	PP RR $\pi\pi$ PR $P\pi$ $R\pi$
Salida:	Distancia en unidades lineales.
EQ \rightarrow O	
Descripción:	Transforma una ecuación lineal de n variables en un objeto geométrico de dimensión $n - 1$ en un espacio de dimensión n .
Argumentos:	Vector etiquetado con los coeficientes y el término independiente cambiado de signo.
Salida:	Objeto etiquetado.
IN?	
Descripción:	Comprueba si alguno de los objetos dados pertenece al otro.
Argumentos:	PR $P\pi$ $R\pi$
Salida:	1 si pertenece 0 si no pertenece.

LIST	
Descripción:	Abre una ventana con todos los nombres de objetos definidos para poder poner sus nombres en la pila.
Argumentos:	Ninguno.
Salida:	Ninguna o un objeto etiquetado.
<hr/>	
NORM	
Descripción:	Normaliza un vector.
Argumentos:	V
Salida:	V normalizado.
<hr/>	
OA	
Descripción:	Define el objeto con un nombre aleatorio, comunicando éste al usuario.
Argumentos:	Objeto etiquetado.
Salida:	Ninguna.
<hr/>	
$O \rightarrow EQ$	
Descripción:	Transforma un objeto geométrico de dimensión n en un espacio de dimensión $n + 1$ en una ecuación lineal de n variables.
Argumentos:	Objeto etiquetado.
Salida:	Vector etiquetado con los coeficientes de las variables y el término independiente cambiado de signo.
<hr/>	
POSIT	
Descripción:	Halla la posición relativa de dos elemento geométricos.
Argumentos:	RR R π $\pi\pi$
Salida:	"Parallel"si son paralelos. "Included"si uno está incluido en el otro. "Crossing"si se cruzan en el espacio. "Intersecting"si se cortan. "Equal"si se trata de dos representaciones del mismo objeto.
<hr/>	
PROY	
Descripción:	Proyecta un objeto sobre otro.
Argumentos:	VV PR P π R π
Salida:	Objeto resultante.
<hr/>	
PRP	
Descripción:	Obtiene un vector perpendicular al dado en 2D.
Argumentos:	V
Salida:	V perpendicular.
<hr/>	
SWEEP	
Descripción:	Suprime todas las definiciones de objetos.
Argumentos:	Ninguno.
Salida:	Ninguna
<hr/>	
VOL	
Descripción:	Calcula el volúmen del tetraedro definido por sus cuatro vértices.
Argumentos:	PPPP
Salida:	Volumen medido en unidades cúbicas.
<hr/>	

B Banderas

- 100 Conviene desactivarla para que las operaciones de álgebra lineal no se realicen paso a paso.
- 8 Bandera del modo simbólico del CGM, si está activada no se harán las comprobaciones de paralelismo para las distancias.

C Mejoras previstas en versiones futuras

- Nuevos objetos, tales como:
 - Circunferencia, elipse, hipérbola
 - Esfera
 - Cuádricas
 - Polígonos
 - Poliedros
- Programas que gestionen los objetos anteriores.
- Entorno gráfico para resolución de problemas sencillos de geometría plana (centros del triángulo, tangencias...).

Índice General

1	Introducción	2
2	La gestión de los objetos en el CGM	2
2.1	Clases de objetos	2
2.2	Nombrar objetos	3
2.3	Definir objetos	3
2.4	Borrar objetos	3
2.5	Recuperar objetos	3
2.6	Lista de objetos	3
2.7	Añadir objetos	3
3	Programas de geometría elemental (v1.0β)	3
3.1	Definición de objetos a partir de los datos	3
3.1.1	Definición de planos	3
3.1.2	Definición a partir de ecuaciones	4
3.2	Relaciones topológicas	4
3.2.1	Comprobación de pertenencia	4
3.2.2	Posición realtiva de planos y rectas	4
3.3	Relaciones métricas	4
3.3.1	Proyecciones	4
3.3.2	Distancias	4
3.3.3	Ángulos	4
3.3.4	Áreas	4
3.3.5	Volúmenes	4
3.4	Programas varios	4
3.4.1	Normalización de un vector	4
3.4.2	Perpendicular a un vector en 2D	4
A	Referencia de comandos	5
B	Banderas	7
C	Mejoras previstas en versiones futuras	7