Rigidezc

ANÁLISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS

MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

INTRODUCCIÓN

Sólo para comentar del archiconocido Fem49v5.3, lo que hace este programa es impresionante en el análisis estructural y me sorprende la manera en que analiza las cargas en movimiento(líneas de influencia), además este programa en su versión final 5.3 es completamente programable, con esto puedes alterar el normal funcionamiento y obtener los resultados que creas conveniente.

El nuevo programa fem49v5.3 modificado, además de hacer lo de antes, ahora es capaz de mostrar lo siguiente:

- Matriz de acciones externas equivalentes en los nudos de la estructura(comúnmente conocido como vector de fuerzas)

- Matriz de rigidez con respecto a ejes locales de cualquier elemento.

- Matriz de rigidez con respecto al sistema global de cualquier elemento.

- Longitud, coseno del ángulo con respecto al eje horizontal, coseno del ángulo con respecto al eje vertical, para cualquier elemento. Esto para formar la matriz de transformación de desplazamientos y matriz de transformación de fuerzas.

- Matriz de rigidez de la estructura total ensamblada.

- Matriz de rigidez de la estructura procesada de acuerdo a las restricciones en los apoyos.

- Matriz de transformación de desplazamientos y matriz de transformación de fuerzas para cualquier elemento de la estructura.

- Vector de desplazamientos en los extremos de cualquier elemento.

- Vector de fuerzas internas en los extremos de cualquier elemento.

El programa utiliza la base de datos de Fem49v5.3 para obtener estos resultados, analiza convenientemente vigas, pórticos y armaduras en la misma convención e interpretación de resultados del programa mencionado.

Absolutamente todas las rutinas de programación pertenecen a Caspar Lugtmeier, autor del archiconocido FEM49v5.3, sólo la adaptación para que muestre estos resultados pertenecen al autor de este programa. La única librería modificada es la librería principal (1605), éste que calcula los resultados generales para la estructura.

Antes de utilizar "rigidezc "borre la librería 1605 de tu calculadora e instale esta nueva "FEM49v5.3 modificada" que está en el archivo comprimido, ingrese todos los datos al nuevo programa FEM49v5.3 y haga un análisis pulsando SCALC, después de esto recién puede utilizar el programa “Rigidezc”.

Este programa está orientado para facilitar el análisis de estructuras mediante el método de “elementos finitos”, primeramente se hallan los desplazamientos en los nudos considerados de la estructura y de éste lo resto de los resultados.

DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA.

Cuando ejecute el programa, esto es la pantalla principal:

- ***Tecla F1***: etiquetado con [F].

- Primer plano: muestra el vector de fuerzas reducido a los nudos.

- Segundo plano: obtiene el coseno del ángulo que está orientado el elemento con respecto al eje horizontal(eje X), coseno del ángulo que está orientado el elemento con respecto al eje vertical(eje Z) y la longitud del elemento.

- Tercer plano: es para borrar los resultados capturados al hacer un análisis con FEM49v5.3, esta acción no borra ningún dato del programa FEM49v5.3.

- ***Tecla F2***: etiquetado con [[M]].

- Primer plano: necesita de argumento el número que identifica al elemento, devolviendo la matriz de rigidez con respecto a ejes globales de dicho elemento.

- Segundo plano: muestra la matriz ensamblada de la estructura entera.

- Tercer plano: muestra la matriz ensamblada total reordenada de acuerdo a las restricciones en los nudos.

- ***Tecla F3***: etiquetado con [q].

Esto es para calcular las fuerzas internas en los extremos de los elementos con respecto a ejes locales. Devuelve las matrices que multiplicados resultan las fuerzas internas en los extremos de los elementos.

- Primer plano: necesita de argumento el número que identifica al elemento, devolviendo la matriz de rigidez con respecto al sistema local de dicho elemento.

- Segundo plano: necesita de argumento el número que identifica al elemento y muestra la matriz de transformación de desplazamientos para dicho elemento.

- Tercer plano: necesita de argumento el número que identifica al elemento y muestra los desplazamientos en los extremos con respecto al sistema global del elemento.

Cuando se multiplica estos tres matrices resulta una matriz columna que representa las fuerzas internas en los extremos del elemento.

- ***Tecla F4***: Etiquetado con [Q].

Esto es para calcular las fuerzas externas en los extremos de los elementos con respecto al sistema global, con esto, por superposición fácilmente podemos obtener las reacciones en los apoyos.

- Primer plano: necesita de argumento el número que identifica al elemento y muestra la matriz de transformación de fuerzas para dicho elemento.

- Segundo plano: necesita de argumento el número que identifica al elemento y muestra las fuerzas internas en los extremos del elemento con respecto al sistema local del elemento.

Multiplicando estos dos matrices resultan las fuerzas en los extremos del elemento con respecto al sistema global.

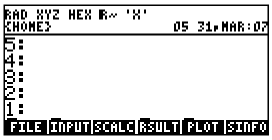
- ***Tecla F6***: etiquetado con "Autor".

- Primer plano: muestra un logo del autor.

- Segundo plano: muestra descargos.

- Tercer plano: regresa a FEM.

ANOTACIONES FINALES



- Para acceder al programa “Rigidezc”, pulse cambio derecho luego “RESULT” (tecla F4 en el menú que se muestra).

- Los resultados obtenidos con Rigidezc han sido comprobados minuciosamente, no habiéndose encontrado defectos.

- Como FEM49v5.3 detecta todo los errores, es imposible que haya algún error a la hora de utilizar Rigidezc.

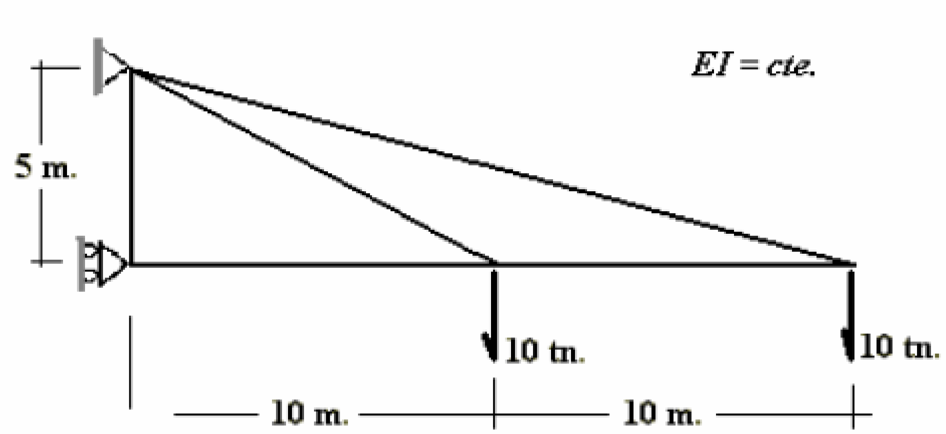
- Rigidezc soporta toda estructura que es capaz de analizar FEM49v5.3 (armaduras, vigas, pórticos) todo en el plano.

Ejemplos

Recuerda que antes de todo debes borrar la librería 1605 (fem49v5.3) de tu calculadora e instalar esta nueva versión adaptada.

Ejemplo #1.

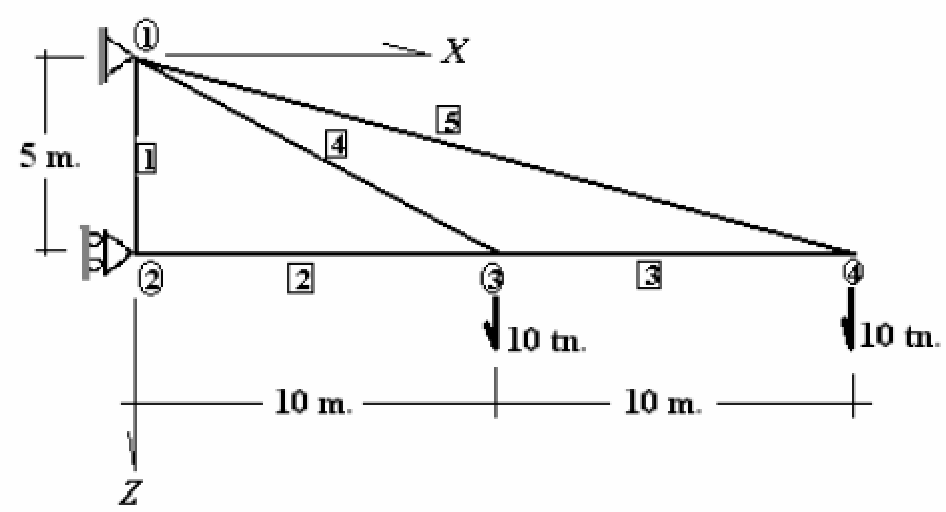
Analizar la armadura mostrada en la figura.



Solución:

*Paso #**1**:* la aplicación del método de la rigidez requiere subdividir la estructura en una serie de elementos finitos e identificar sus puntos extremos como nodos.

Lo primero es establecer un eje de coordenadas, enumerar nudos y barras de nuestra estructura, que para este cálculo debe ser como muestra la figura contigua.

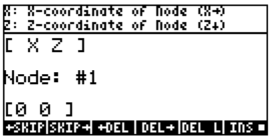


Paso #2: Ingrese todo los argumentos al programa Fem49v5.3(adaptado).

Para esto en el menú de fem49v5.3 ingresamos a INPUT pulsando F2 y a definir la estructura.

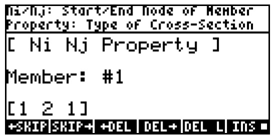
NODES: ingresamos los nudos, se resume en el cuadro.

	X	*Z*
nudo 1	0.	0.
nudo 2	0.	5.
nudo 3	10.	5.
nudo 4	20.	5.

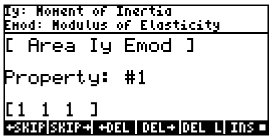


MEMB: definimos los miembros (barras o elementos) que conforman la estructura.

	Ni	*Nf*	*propiedad*
barra 1	1.	2.	1.
barra 2	2.	3.	1.
barra 3	3.	4.	1.
barra 4	1.	3.	1.
barra 5	1.	4.	1.

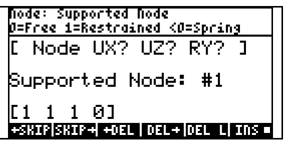


PROP: las propiedades de cada barra, como todo es constante, entonces:



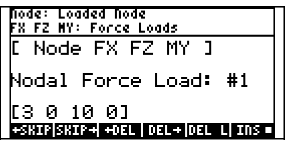
SUPP: los soportes de la estructura.

	nudo	*X*	*Z*	*y*
soporte 1	1.	1.	1.	0.
soporte 2	2.	1.	0.	0.

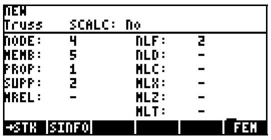
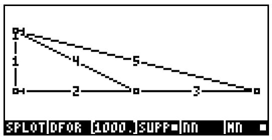


NLF: cargas en nudos que actúan en la estructura.

	nudo	*Fx*	*Fz*	*M*
Carga 1	3.	0.	10.	0.
Carga 2	4.	0.	10.	0.



Con todos estos datos queda determinada la estructura, se muestra la información y el gráfico:

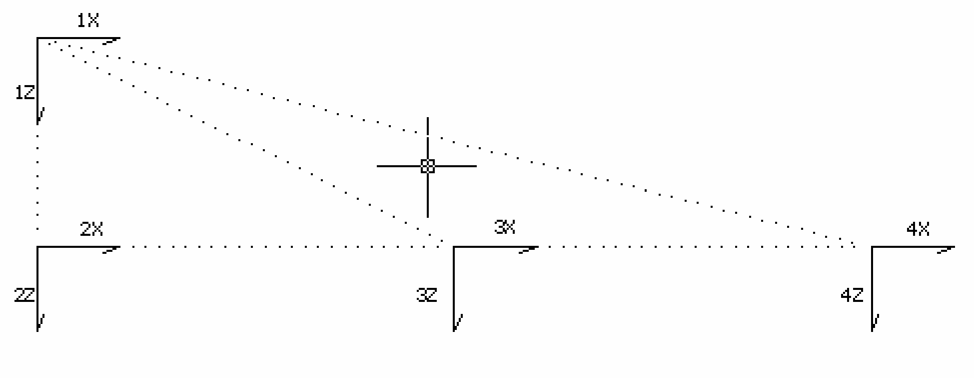
Paso #3: analiza la estructura, pulsando SCALC.

Paso #4: acceda a Rigidezc

Para acceder a Rigidezc desde el mismo menú de fem49v5.3 que se muestra en la figura a la derecha pulsa ↰ + F4 (primero la tecla de cambio derecho luego la tecla F4, en este caso que está etiquetado con RESULT), es lo mismo decir pulsar la tecla F4 en segundo plano.

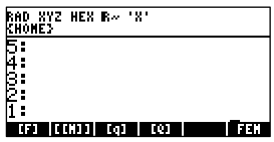
Importante:

Según la numeración que se le dio a la armadura se considera las direcciones para cada nudo donde ocurre una *acción o reacción*, en este caso, dos libertades por nudo, el programa asigna automáticamente estos "grados de libertad" dependiendo a la numeración de los nudos, entonces para el procesamiento Rigidezc supone como queda en el gráfico.



Donde en general:

- AB: quiere decir una *acción o reacción* en el nudo "A" en la dirección "B".



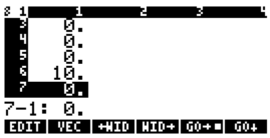
Una vez accedida, la pantalla debe de lucir algo así como en el gráfico que se adjunta a la derecha, estos menús como se explicó anteriormente sirven para el análisis paso a paso de estructuras ya sea vigas, pórticos o armaduras

Paso #4: Análisis de estructuras paso a paso.

1- describiendo las funciones de la tecla FI etiquetado con [F].

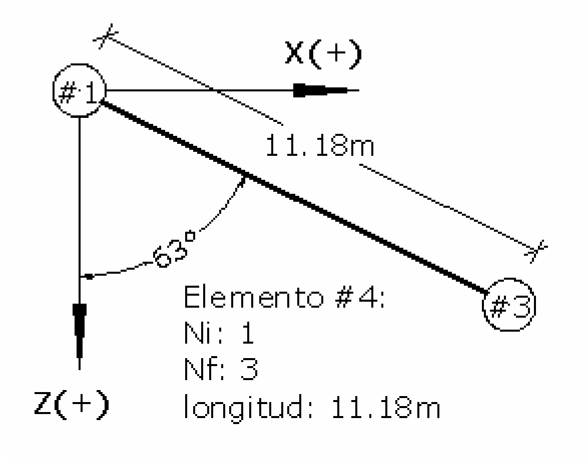
1.1- Para obtener las cargas reducidas a los nudos de la estructura, pulse FI y se obtiene según la numeración de los nudos.

Nudo 1	0.	*1X*
	0.	*1Z*
Nudo 2	0.	*2X*
	0.	*2Z*
Nudo 3	0.	*3X*
	10.	*3Z*
Nudo 4	0.	*4X*
	10.	*4Z*



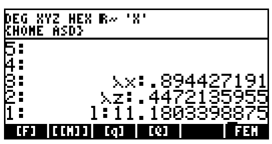
1.2- Para obtener el coseno de los ángulos de orientación de un determinado elemento con respecto a su coordenada global y su longitud del elemento.

- se ilustra el ejemplo para el elemento #4.

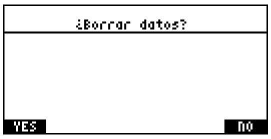


- Argumento: número real que identifica al elemento.
- Resultado:

- λx: coseno del menor ángulo que forma el elemento con respecto al eje "x".
- λz: coseno del menor ángulo que forma el elemento con respecto al eje "z".
- l: longitud del elemento.

 Pulsas ↰ FI y obtienes 

1.3- Para borrar los datos capturados, pulsa ↱ F1 , esta acción no borra la base de datos de fem49v5.3 sólo los datos capturados para este efecto.



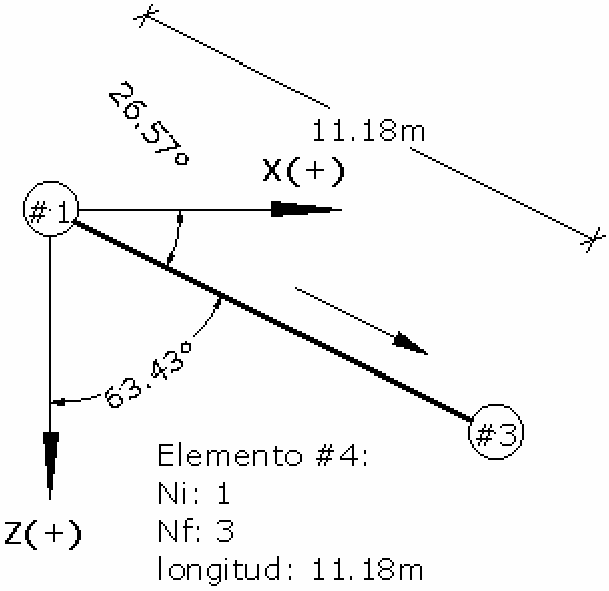
2- Describiendo las funciones de la tecla F2 etiquetado con [[M]].

En esta parte se encuentran órdenes para obtener la matriz de rigidez de cualquier elemento con respecto al sistema global, la matriz de rigidez total ensamblada y matriz modificada de acuerdo a las restricciones.

2.1- Para obtener la matriz de rigidez de un elemento con respecto al sistema global.

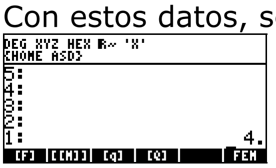
- Argumento: número real que identifica al elemento.
- Resultado: matriz de rigidez del elemento con respecto al sistema global.

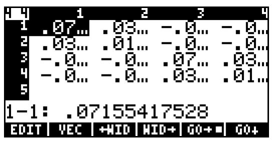
2.1.1- Por ejemplo, para el elemento #4, se tiene:



Del gráfico:
Nudo inicial (Ni): 1
Nudo final (Nf): 3
Area: 1, E=1

Con estos datos, se tiene:



pulsa F2 y se obtiene


nudo inicial		nudo final			
1X	1Z	3X	3Z		
.07155417528	.03577708764	-.07155417528	-.03577708764	1X	nudo inicial
.03577708764	.01788854382	-.03577708764	-.01788854382	1Z	
-.07155417528	-.03577708764	.07155417528	.03577708764	3X	nudo final
-.03577708764	-.01788854382	.03577708764	.01788854382	3Z	

2.1.2- Para el elemento uno, Ni: 1, Nf: 2, A=1, E=1, como los elementos se repiten sólo se necesitan conocer sus cosenos directores de los ángulos menores con que se orienta el elemento con respecto al sistema global.

Simplemente ordenando esos valores, obtenemos

1X	1Z	2X	2Z	
0.	0.	0.	0.	1X
0.	.2	0.	-.2	1Z
0.	0.	0.	0.	2X
0.	-.2	0.	.2	2Z

2.1.3- Para el elemento dos, Ni: 2, Nf: 3.

2X	2Z	3X	3Z	
.1	0.	-.1	0.	2X
0.	0.	0.	0.	2Z
-.1	0.	.1	0.	3X
0.	0.	0.	0.	3Z

2.1.4- Para el elemento tres, Ni: 3, Nf: 4., es el mismo que del elemento dos, debido a que tiene las misma propiedad y la misma orientación.

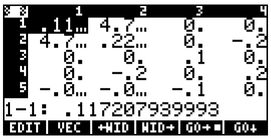
3X	3Z	4X	4Z	
.1	0.	-.1	0.	3X
0.	0.	0.	0.	3Z
-.1	0.	.1	0.	4X
0.	0.	0.	0.	4Z

2.1.5- Para el elemento cinco, Ni: 1, Nf: 4.

1X	1Z	4X	4Z	
4,57E+09	1,14E+09	-4,57E+09	-1,14E+09	1X
1,14E+09	2,85E+08	-1,14E+09	-2,85E+08	1Z
-4,57E+09	-1,14E+09	4,57E+09	1,14E+09	4X

-1,14E+09	-2,85E+08	1,14E+09	2,85E+08	4Z

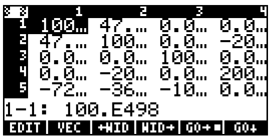
2.2- Para obtener la matriz de rigidez de la estructura ensamblada, pulse ↰ F2 y obtienes:



Para verlo mejor[1]:

1X	1Z	2X	2Z	3X	3Z	4X	4Z	
120.E-3	47.E-3	0.0E0	0.0E0	-72.E-3	-36.E-3	-46.E-3	-11.E-3	1X
47.E-3	220.E-3	0.0E0	-200.E-3	-36.E-3	-18.E-3	-11.E-3	-2.9E-3	1Z
0.0E0	0.0E0	100.E-3	0.0E0	-100.E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	2X
0.0E0	-200.E-3	0.0E0	200.E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	2Z
-72.E-3	-36.E-3	-100.E-3	0.0E0	270.E-3	36.E-3	-100.E-3	0.0E0	3X
-36.E-3	-18.E-3	0.0E0	0.0E0	36.E-3	18.E-3	0.0E0	0.0E0	3Z
-46.E-3	-11.E-3	0.0E0	0.0E0	-100.E-3	0.0E0	150.E-3	11.E-3	4X
-11.E-3	-2.9E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	11.E-3	2.9E-3	4Z

2.3- Para obtener la estructura procesada de acuerdo a las restricciones pulse ↱ F2 y obtienes[2]:



1X	1Z	2X	2Z	3X	3Z	4X	4Z	
100.E498	47.E-3	0.0E0	0.0E0	-72.E-3	-36.E-3	-46.E-3	-11.E-3	1X
47.E-3	100.E498	0.0E0	-200.E-3	-36.E-3	-18.E-3	-11.E-3	-2.9E-3	1Z
0.0E0	0.0E0	100.E498	0.0E0	-100.E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	2X
0.0E0	-200.E-3	0.0E0	200.E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	2Z
-72.E-3	-36.E-3	-100.E-3	0.0E0	270.E-3	36.E-3	-100.E-3	0.0E0	3X
-36.E-3	-18.E-3	0.0E0	0.0E0	36.E-3	18.E-3	0.0E0	0.0E0	3Z
-46.E-3	-11.E-3	0.0E0	0.0E0	-100.E-3	0.0E0	150.E-3	11.E-3	4X
-11.E-3	-2.9E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	11.E-3	2.9E-3	4Z

Con los datos obtenidos hasta este punto ya es factible obtener los desplazamientos en los nudos de la estructura[3], ordenando entonces, de la igualdad:

[1] Para lograr ver los números como en el cuadro la calculadora debe estar configurado al modo ingeniería con un dígito de precisión.

[2] las partes resaltados con azul representan las restricciones en los nudos donde se restringe el desplazamiento.

$$[D] = \lfloor Km | F \rfloor$$

Donde:

- [D]: vector de desplazamientos en el sistema global de la estructura.
- Km: matriz re rigidez procesado según las restricciones en los apoyos.
- F: vector de fuerzas equivalentes en los nudos.

Ordenando[4], se obtiene:

1X	1Z	2X	2Z	3X	3Z	4X	4Z	Fuerza	
100.E498	47.E-3	0.0E0	0.0E0	-72.E-3	-36.E-3	-46.E-3	-11.E-3	0	1X
47.E-3	100.E498	0.0E0	-200.E-3	-36.E-3	-18.E-3	-11.E-3	-2.9E-3	0	1Z
0.0E0	0.0E0	100.E498	0.0E0	-100.E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0	2X
0.0E0	-200.E-3	0.0E0	200.E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0	2Z
-72.E-3	-36.E-3	-100.E-3	0.0E0	270.E-3	36.E-3	-100.E-3	0.0E0	0	3X
-36.E-3	-18.E-3	0.0E0	0.0E0	36.E-3	18.E-3	0.0E0	0.0E0	10	3Z
-46.E-3	-11.E-3	0.0E0	0.0E0	-100.E-3	0.0E0	150.E-3	11.E-3	0	4X
-11.E-3	-2.9E-3	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	11.E-3	2.9E-3	10	4Z

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales, se obtiene:

1X	1Z	2X	2Z	3X	3Z	4X	4Z		
1.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	**6.0E-499**	1X
0.0E0	1.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	**2.0E-499**	1Z
0.0E0	0.0E0	1.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	**-6.0E-499**	2X
0.0E0	0.0E0	0.0E0	1.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	**0.0E0**	2Z
0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	1.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	**-600.E0**	3X
0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	1.0E0	0.0E0	0.0E0	**1.8E3**	3Z
0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	1.0E0	0.0E0	**-1.0E3**	4X
0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	0.0E0	1.0E0	**7.5E3**	4Z

Donde la última columna representa a los desplazamientos en los nudos en coordenada global[5].

Ordenando el vector de desplazamientos, se tiene:

	desplazamiento	dirección
Nudo 1	6.0E-499	1X
	2.0E-499	1Z
Nudo 2	-6.0E-499	2X
	0.0E0	2Z

[3] Éste es un sistema lineal de ecuaciones donde hay más ecuaciones que incógnitas, los valores conocidos son las restricciones en los nudos en las direcciones restringidas de desplazamiento.
[4] Formando la matriz aumentada.
[5] La última columna resaltada con marrón representa los desplazamientos.

Nudo 3	-600.E0	3X
	1.8E3	3Z
Nudo 4	-1.0E3	4X
	7.5E3	4Z

3- Describiendo las funciones de la tecla F3 etiquetado con [q].

Esta sección está orientada para obtener las fuerzas en los extremos de los elementos con respecto a coordenadas locales.

De la igualdad.

$$[q]=\left[k^{'}\right].[T].[D]$$

Donde:

- [q]: fuerzas en los extremos de los elementos.
- [k’]: matriz de rigidez de miembro.
- [T]: matriz e transformación de desplazamiento.
- [D]: vector de desplazamientos en los extremos de la barra.

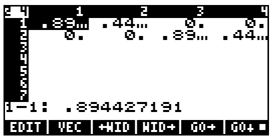
Para obtener estos resultados se requiere de argumento el número que identifica al elemento.

3.1- Para obtener [k’] del elemento #4 se ingresa el argumento al primer nivel de la pila, así:

 pulsa F3 y obtienes 

Ordenando: $k'=\begin{bmatrix} .0894427191 & -.0894427191 \\ -.0894427191 & .0894427191 \end{bmatrix}$

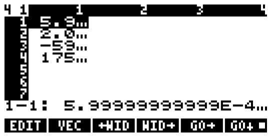
3.2- para obtener la matriz de transformación.

 pulsa ↰ F3 y obtienes 

Ordenando:

$$T=\begin{bmatrix} .894427191 & .4472135955 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .894427191 & .4472135955 \end{bmatrix}$$

3.3- Para obtener el vector de desplazamiento en los extremos de la barra #4.

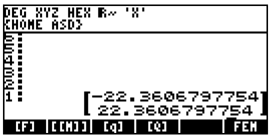
pulsa F3 y obtienes


Ordenando: $D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -600 \\ 1759 \end{bmatrix}$

Multiplicando estos resultados obtenemos[6] la fuerza axial en los extremos del elemento #4, se debe tener en la pila:

- nivel 3: k'_4
- nivel 2: T_4
- nivel 1: D_4

Teniendo estos argumentos en la pila pulsas × × × y se obtiene:



Ordenando el resultado. $\begin{bmatrix} q_i \\ q_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22.36 \\ 22.36 \end{bmatrix}$ Todo en coordenada local, es decir el la orientación del elemento #4.

De esta manera obtenemos todas las fuerzas axiales en los extremos de los elementos.

4- Describiendo las funciones de la tecla F4 tiquetado con [Q].

Esta parte está orientado para obtener las fuerzas en los extremos de las barras en coordenadas globales, con esto por superposición fácilmente se puede obtener las reacciones en las reacciones en los apoyos.

6 La única fuerza realmente importante por su magnitud en las armaduras se consideran las fuerzas axiales.

De igual manera que en los procesos anteriores se necesita de argumento el número que identifica al elemento.

De la igualdad.

$$[Q]=[T^T].[q]$$

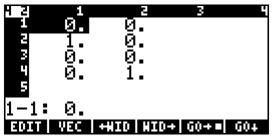
Donde:

- [Q]: fuerzas en los extremos de un elemento con respecto al sistema global.
- [T^T]: matriz de transformación de fuerzas[7].
- [q]: fuerzas en los extremos de los elementos con respectos a su sistema local.

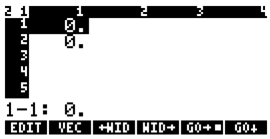
Para el ejemplo, hallaremos la reacción en el apoyo #1[8]:

4.1- Para el elemento #1:

4.1.1- matriz de transformación de fuerzas.

 pulsa F4 y se obtiene 

4.1.2- fuerzas en los extremos de los elementos con respecto al sistema local.

 pulsa ↰ F4 obtienes .

Con estos argumentos en la pila, simplemente multiplicamos y devuelve las fuerzas en los extremos del elemento pero con respecto al sistema global.

Así para este elemento (#1) será:

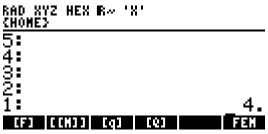
[7] Esta matriz de transformación de fuerzas es la transpuesta de la matriz de transformación de desplazamientos.

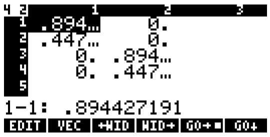
[8] Transformaremos las fuerzas en coordenadas locales a fuerzas en coordenada global de todos los miembros que conforman el soporte. El soporte #1 conforman los elementos 1, 4 y 5.

$$[Q]=\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&0\\0&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1X\\1Z\\2X\\2Z\end{bmatrix}$$ Representa las fuerzas en los extremos del elemento en coordenadas del sistema.

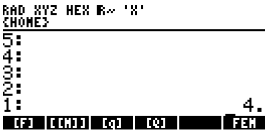
4.2- Para el elemento #4:

4.2.1- Matriz de transformación de fuerzas.



pulsa F4 y se obtiene


4.2.2- Fuerzas en los extremos del elemento en sistema local.



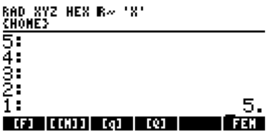
pulsa ↰ F4 obtienes

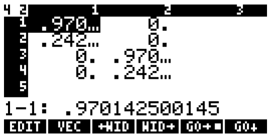

Ordenando y multiplicando.

$$[Q]=\begin{bmatrix}0.89&0\\0.447&0\\0&0.89\\0&0.447\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}-22.36\\22.36\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-20\\-10\\20\\10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1X\\1Z\\3X\\3Z\end{bmatrix}$$ Que representa las fuerzas en los extremos del elemento #4 en coordenada global.

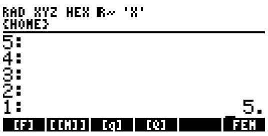
4.3- Para el elemento #5.

4.3.1- matriz de transformación de fuerzas.



pulsa F4 y se obtiene


4.3.2- fuerzas en los extremos de los elementos en los extremos del elemento en el sistema local.



pulsa ↰ F4 obtienes


Ordenando y multiplicando se obtiene:

$$[Q]=\begin{bmatrix}0.97 & 0\\ 0.24 & 0\\ 0 & 0.97\\ 0 & 0.24\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}-41.2\\ 41.2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-40\\ -10\\ 40\\ 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1X\\ 1Z\\ 4X\\ 4Z\end{bmatrix}$$

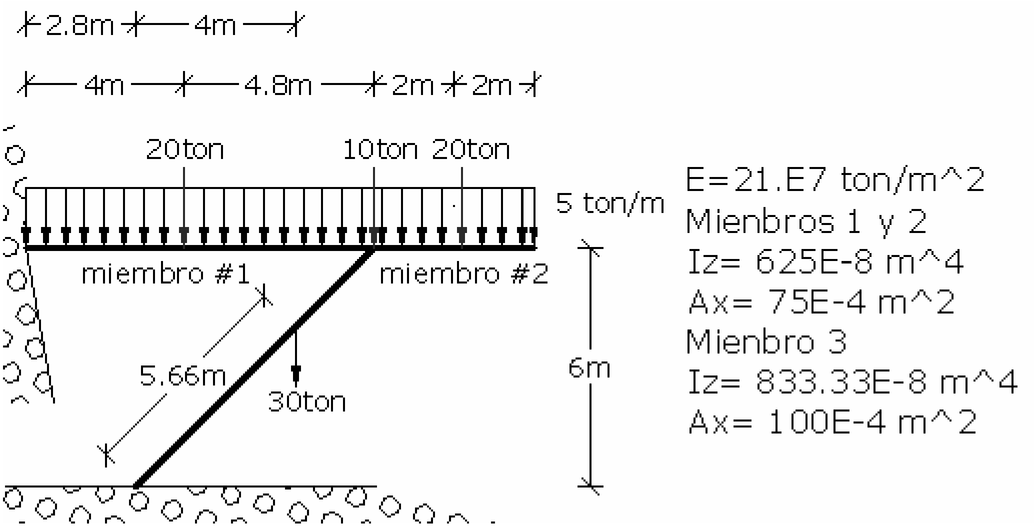
Con estos argumentos simplemente por superposición obtenemos las reacciones en los apoyos, como para este ejemplo el nudo inicial para los elementos #1, #4 y #5 es el nudo uno, simplemente queda sumar los resultados las fuerzas obtenidas en el sistema global, así:

$$reacción\_nudo\_uno=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-20\\ -10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-40\\ -10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-60\\ -20\end{bmatrix}\begin{matrix}Dirección\ \mathrm{X}\\ \mathrm{Dirección\ Z}\end{matrix}$$

Y el mismo procedimiento para hallar las otras fuerzas en el resto de los soportes.

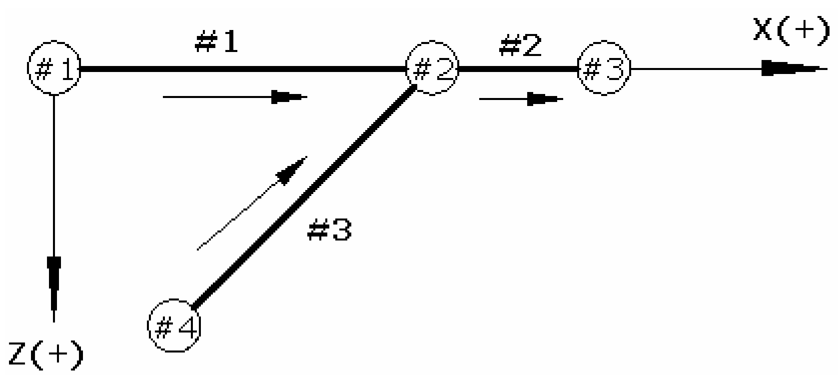
Ejemplo #2:

Analizar el pórtico mostrado en la figura.



Solución:

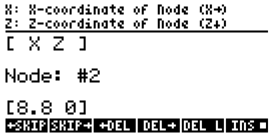
1- Para analizar la estructura mediante el método de la rigidez es necesario enumerar nudos y barras y sus respectivas orientaciones, de igual manera optar un sistema de coordenada global. La misma que utiliza Fem49v5.3, debe de quedar como en la figura.



2- De acuerdo al gráfico anterior ingresamos los argumentos a la hp49g/hp49g+.

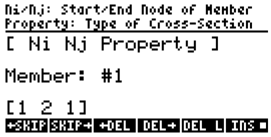
2.1- Nudos:

Dirección X	Dirección Z	
0.	0.	Nudo 1
8.8	0.	Nudo 2
12.8	0.	Nudo 3
2.8	6.	Nudo 4



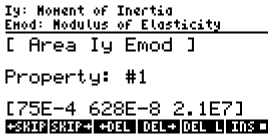
2.2- Elementos.

Nudo inicial	nudo final	Propiedad	
1.	2.	1.	Elemento 1
2.	3.	1.	Elemento 2
4.	2.	2.	Elemento 3



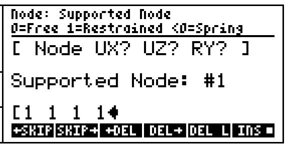
2.3- Propiedad.

Área	momento inercia	Módulo de Young	
.0075	.00000625	21000000.	Propiedad 1
.01	.0000083333	21000000.	propiedad 2

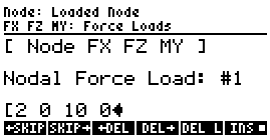


2.4- Soportes.

Nudo	Condición en X	Condición en Z	Condición en Y	
1.	1.	1.	1.	Apoyo 1
4.	1.	1.	1.	Apoyo 2

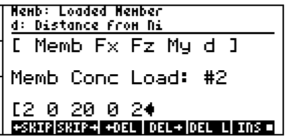


2.5- Carga puntuales en nudos (NLF)



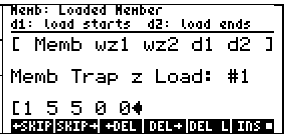
2.6- Cargas puntuales en barras en dirección local (NLD)

Elemento	Fx	Fz	My	d
1.	0.	20.	0.	4.
2.	0.	20.	0.	2.

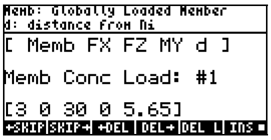


2.7- Cargas distribuidas en dirección local "z" (MLZ)

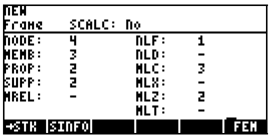
Elemento	Wz inicial	Wz Final	d inicial	d final
1.	5.	5.	0.	0.
2.	5.	5.	0.	0.

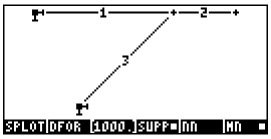


2.8- Carga puntual en dirección global (MLCG)



Son todos los argumentos de la estructura, se resumen:

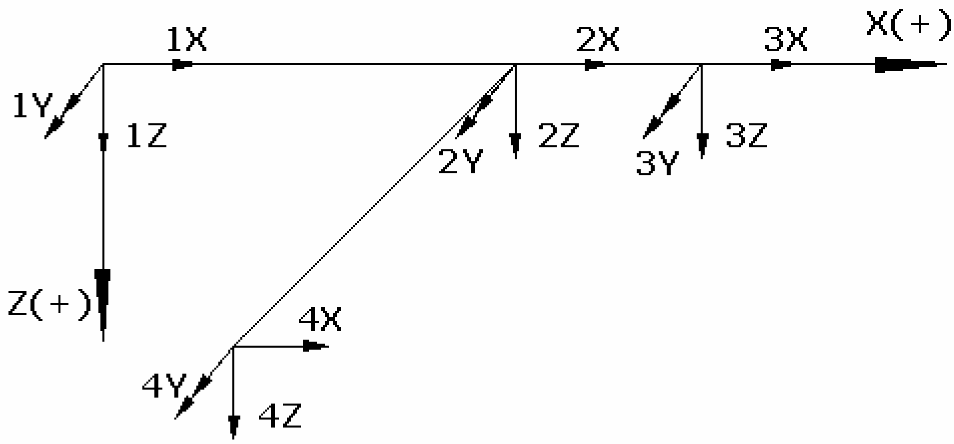


y el gráfico


3- Una vez terminado de definir la estructura, ahora se analiza pulsando SCALC.

4- Analizando paso a paso:

Según la numeración que se le dio al pórtico se considera las direcciones para cada nudo donde ocurre una *acción o reacción*, en este caso, tres libertades por nudo, el programa asigna automáticamente estos "grados de libertad" dependiendo a la numeración de los nudos, entonces para el procesamiento Rigidezc supone como queda en el gráfico.



Para acceder a "Rigidezc" pulse en el menú de fem49v5.3 adaptado,  lo cual da acceso a la siguiente.

4.1- Las funciones de la tecla FI etiquetado con [F]

4.1.1- Para obtener las cargas equivalentes reducidas a los nudos pulse directamente FI y se obtiene[9].

FUERZA	DIRECCIÓN
0.00	1X
33.36	1Z
-56.07	1Y
1.11	2X
81.72	2Z
62.10	2Y
0.00	3X
20.00	3Z
16.67	3Y
-1.11	4X
8.92	4Z
-13.38	4Y

4.1.2- Para obtener el coseno de los menores ángulos de inclinación de un determinado elemento con respecto al sistema global y su longitud de dicho elemento.

- Argumento: número que identifica al elemento
- Resultado: λ(x), λ(z) y L.

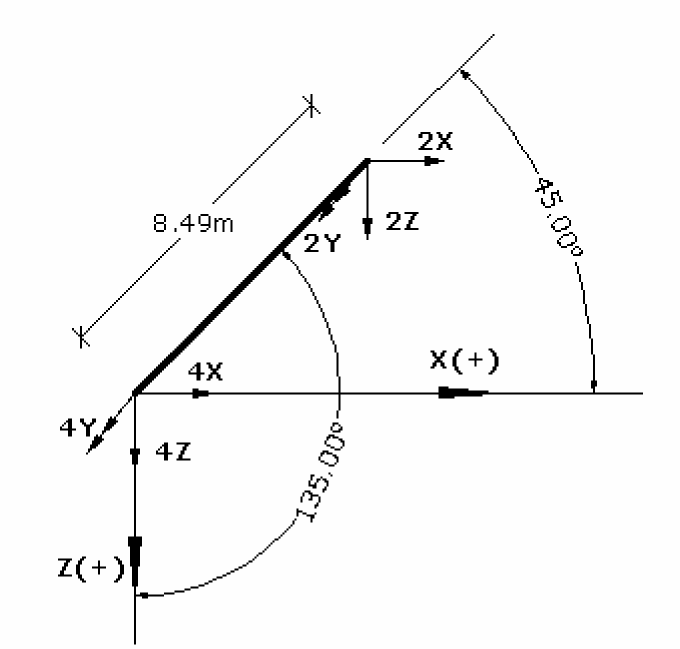
Donde:

- λ(x): coseno del ángulo de inclinación del elemento con respecto al eje X global.
- λ(z): coseno del ángulo de inclinación del elemento con respecto al eje Z global
- L: longitud del elemento.

Para el ejemplo lo ilustro con el elemento #3.

- λ(x)= Cos(45º)= 0.71
- λ(z)= Cos(135º)=-0.71
- L= 8.49m

[9] Estas fuerzas están en la dirección del sistema global.

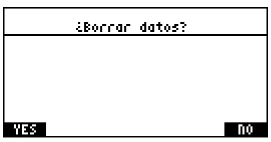


pulsas y obtiene 

estos datos son fundamentales para obtener la matriz de rigidez de un elemento[10].

4.1.3- Para borrar los resultados capturados.

Los procesos de cálculo que genera fem49v5.3 para ser mostrados por Rigidezc son capturados y almacenados en le directorio oculto, para borrar estos resultados pulse



Este proceso no borra ningún resultado de fem49v5.3 sólo los argumentos capturados.

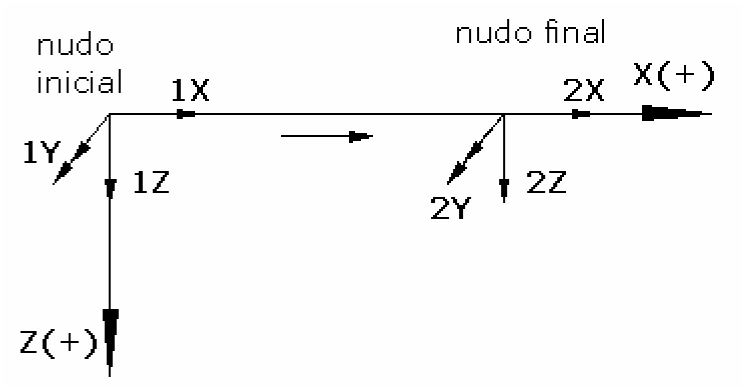
4.2- las funciones de la tecla etiquetado con [[M]]

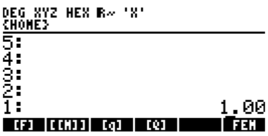
4.2.1- para obtener la matriz de rigidez de un elemento con respecto al sistema global.

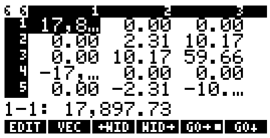
[10] Estos resultados son fundamentales para obtener la matriz de rigidez de un elemento con respecto al sistema global ya que se repiten constantemente.

- Argumento: Número que identifica al elemento.
- Resultado: matriz de rigidez del elemento con respecto al sistema global

• Para el elemento #1:



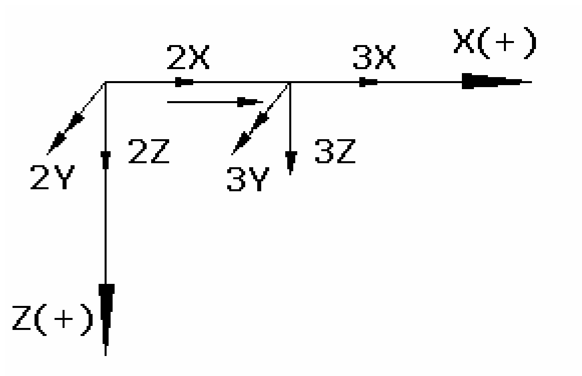


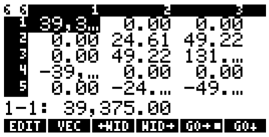
pulsa F2 y se obtiene


, ordenándolo mejor.

1X	1Z	1Y	2X	2Z	2Y	
17897.73	0.00	0.00	-17897.73	0.00	0.00	1X
0.00	2.31	10.17	0.00	-2.31	10.17	1Z
0.00	10.17	59.66	0.00	-10.17	29.83	1Y
-17897.73	0.00	0.00	17897.73	0.00	0.00	2X
0.00	-2.31	-10.17	0.00	2.31	-10.17	2Z
0.00	10.17	29.83	0.00	-10.17	59.66	2Y

• Para el elemento #2:

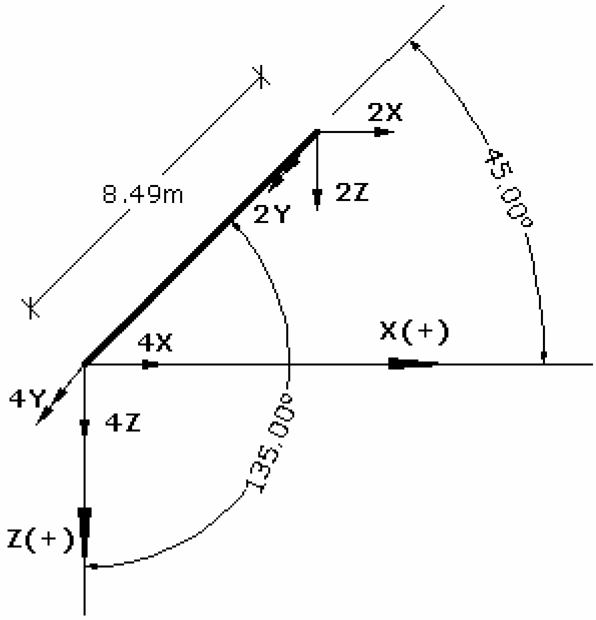


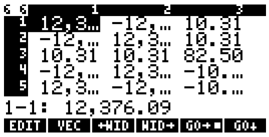
pulsa F2 y se obtiene


ordedando.

2X	2Z	2Y	3X	3Z	3Y	
39375.00	0.00	0.00	-39375.00	0.00	0.00	2X
0.00	24.61	49.22	0.00	-24.61	49.22	2Z
0.00	49.22	131.25	0.00	-49.22	65.63	2Y
-39375.00	0.00	0.00	39375.00	0.00	0.00	3X
0.00	-24.61	-49.22	0.00	24.61	-49.22	3Z
0.00	49.22	65.63	0.00	-49.22	131.25	3Y

- Para el elemento #3:

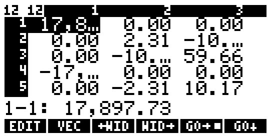


pulsa F2 y se obtiene


ordenando.

4X	4Z	4Y	2X	2Z	2Y	
12376.09	-12372.65	10.31	-12376.09	12372.65	10.31	4X
-12372.65	12376.09	10.31	12372.65	-12376.09	10.31	4Z
10.31	10.31	82.50	-10.31	-10.31	41.25	4Y
-12376.09	12372.65	-10.31	12376.09	-12372.65	-10.31	2X
12372.65	-12376.09	-10.31	-12372.65	12376.09	-10.31	2Z
10.31	10.31	41.25	-10.31	-10.31	82.50	2Y

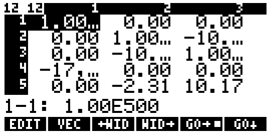
4.2.2- Para obtener la matriz de rigidez total ensamblada, pulsa ↰ F2 y para este ejemplo se obtiene



Ordenando.

1X	1Z	1Y	2X	2Z	2Y	3X	3Z	3Y	4X	4Z	4Y	
17897.73	0.00	0.00	-17897.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1X
0.00	2.31	-10.17	0.00	-2.31	-10.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1Z
0.00	-10.17	59.66	0.00	10.17	29.83	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1Y
-17897.73	0.00	0.00	69648.81	-12372.65	10.31	-39375.00	0.00	0.00	-12376.09	12372.65	10.31	2X
0.00	-2.31	10.17	-12372.65	12403.01	-28.74	0.00	-24.61	-49.22	12372.65	-12376.09	10.31	2Z
0.00	-10.17	29.83	10.31	-28.74	273.40	0.00	49.22	65.63	-10.31	-10.31	41.25	2Y
0.00	0.00	0.00	-39375.00	0.00	0.00	39375.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3X
0.00	0.00	0.00	0.00	-24.61	49.22	0.00	24.61	49.22	0.00	0.00	0.00	3Z
0.00	0.00	0.00	0.00	-49.22	65.63	0.00	49.22	131.25	0.00	0.00	0.00	3Y
0.00	0.00	0.00	-12376.09	12372.65	-10.31	0.00	0.00	0.00	12376.09	-12372.65	-10.31	4X
0.00	0.00	0.00	12372.65	-12376.09	-10.31	0.00	0.00	0.00	-12372.65	12376.09	-10.31	4Z
0.00	0.00	0.00	10.31	10.31	41.25	0.00	0.00	0.00	-10.31	-10.31	82.50	4Y

4.2.3- Para obtener la matriz de rigidez procesada de acuerdo a las restricciones (apoyos).
Pulsa ↱ F2 se obtiene:



Ordenando[11]:

1X	1Z	1Y	2X	2Z	2Y	3X	3Z	3Y	4X	4Z	4Y	
1.00E500	0.00	0.00	-17897.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1X
0.00	1.00E500	-10.17	0.00	-2.31	-10.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1Z
0.00	-10.17	1.00E500	0.00	10.17	29.83	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1Y
-17897.73	0.00	0.00	69648.81	-12372.65	10.31	-39375.00	0.00	0.00	-12376.09	12372.65	10.31	2X
0.00	-2.31	10.17	-12372.65	12403.01	-28.74	0.00	-24.61	-49.22	12372.65	-12376.09	10.31	2Z
0.00	-10.17	29.83	10.31	-28.74	273.40	0.00	49.22	65.63	-10.31	-10.31	41.25	2Y
0.00	0.00	0.00	-39375.00	0.00	0.00	39375.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3X
0.00	0.00	0.00	0.00	-24.61	49.22	0.00	24.61	49.22	0.00	0.00	0.00	3Z
0.00	0.00	0.00	0.00	-49.22	65.63	0.00	49.22	131.25	0.00	0.00	0.00	3Y
0.00	0.00	0.00	-12376.09	12372.65	-10.31	0.00	0.00	0.00	1.00E500	-12372.65	-10.31	4X
0.00	0.00	0.00	12372.65	-12376.09	-10.31	0.00	0.00	0.00	-12372.65	1.00E500	-10.31	4Z
0.00	0.00	0.00	10.31	10.31	41.25	0.00	0.00	0.00	-10.31	-10.31	1.00E500	4Y

[11] Los elementos resaltados en fucsia representan las restricciones en los apoyos.

- Con estos resultados ya es posible obtener los desplazamientos en los apoyos, formando la matriz aumentada, para obtener la siguiente igualdad $[D]=\lfloor Km|F \rfloor$ se tiene.

Donde:

- [D]: vector de desplazamientos en el sistema global de la estructura.
- Km: matriz re rigidez procesado según las restricciones en los apoyos.
- F: vector de fuerzas equivalentes en los nudos.

1X	1Z	1Y	2X	2Z	2Y	3X	3Z	3Y	4X	4Z	4Y	Fuerza	
1.00E500	0.00	0.00	-17897.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1X
0.00	1.00E500	-10.17	0.00	-2.31	-10.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	33.36	1Z
0.00	-10.17	1.00E500	0.00	10.17	29.83	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-56.07	1Y
-17897.73	0.00	0.00	69648.81	-12372.65	10.31	-39375.00	0.00	0.00	-12376.09	12372.65	10.31	1.11	2X
0.00	-2.31	10.17	-12372.65	12403.01	-28.74	0.00	-24.61	-49.22	12372.65	-12376.09	10.31	81.72	2Z
0.00	-10.17	29.83	10.31	-28.74	273.40	0.00	49.22	65.63	-10.31	-10.31	41.25	62.10	2Y
0.00	0.00	0.00	-39375.00	0.00	0.00	39375.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3X
0.00	0.00	0.00	0.00	-24.61	49.22	0.00	24.61	49.22	0.00	0.00	0.00	20.00	3Z
0.00	0.00	0.00	0.00	-49.22	65.63	0.00	49.22	131.25	0.00	0.00	0.00	16.67	3Y
0.00	0.00	0.00	-12376.09	12372.65	-10.31	0.00	0.00	0.00	1.00E500	-12372.65	-10.31	-1.11	4X
0.00	0.00	0.00	12372.65	-12376.09	-10.31	0.00	0.00	0.00	-12372.65	1.00E500	-10.31	8.92	4Z
0.00	0.00	0.00	10.31	10.31	41.25	0.00	0.00	0.00	-10.31	-10.31	1.00E500	-13.38	4Y

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se muestra la matriz reducida don la última columna representa los Desplazamientos en los nudos.

1X	1Z	1Y	2X	2Z	2Y	3X	3Z	3Y	4X	4Z	4Y	desplazamiento	
1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.03E-498	1X
0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.33E-499	1Z
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-5.59E-499	1Y
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	2X
0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	2Z
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	2Y
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	3X
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.29	3Z
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	-0.72	3Y
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	-1.03E-498	4X
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	1.11E-498	4Z
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	-1.31E-499	4Y

Ordenando los desplazamientos convenientemente, resulta.

nudo	desplazamiento en x	desplazamiento en Z	rotación en Y
1.	0.	0.	0.
2.	0.005759	.013992	-0.011101
3.	0.005759	2.293316	-0.722212
4.	0.	0.	0.

4.3- las funciones de la tecla F3 etiquetado con [q]

En esta sección se obtienen las fuerzas en los extremos de las barras en su coordenada local.

De la igualdad.

$$[q]=\left[k^{'}\right].[T].[D]$$

Donde:

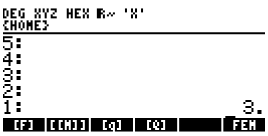
- [q]: fuerzas en los extremos de los elementos.
- [k’]: matriz de rigidez de miembro.
- [T]: matriz e transformación de desplazamiento.
- [D]: vector de desplazamientos en los extremos de la barra.

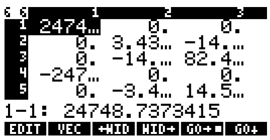
Para obtener estos resultados se requiere de argumento el número que identifica al elemento.

P.D: Para el ejemplo será el elemento #3.

4.3.1- para obtener la matriz de rigidez de miembro.

- Argumento: número real que identifica al elemento.
- Resultado: matriz de rigidez con respecto a su coordenada local.

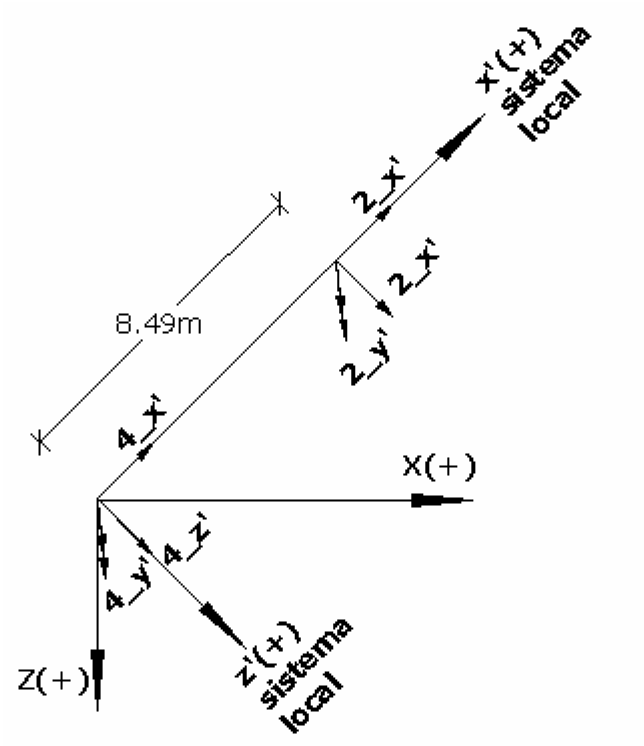


pulsa F3 y se obtiene


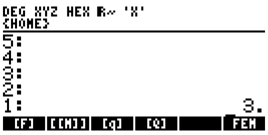
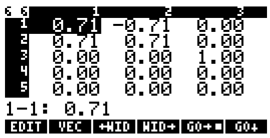
ordenando.

4X'	4Z'	4Y'	2X'	2Z'	2Y'	
24748.74	0.00	0.00	-24748.74	0.00	0.00	4X'
0.00	3.44	-14.58	0.00	-3.44	-14.58	4Z'
0.00	-14.58	82.50	0.00	14.58	41.25	4Y'
-24748.74	0.00	0.00	24748.74	0.00	0.00	2X'
0.00	-3.44	14.58	0.00	3.44	14.58	2Z'
0.00	-14.58	41.25	0.00	14.58	82.50	2Y'

Para el elemento tres, se grafica sus coordenadas locales.



4.3.2- Para obtener la matriz de transformación de desplazamientos.

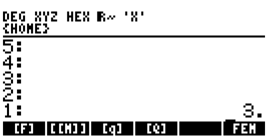
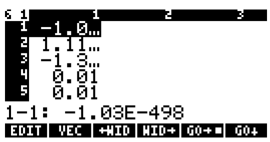
 pulsa ↰ F3 y se obtiene 

Ordenando.

[T] =

0.71	-0.71	0.00	0.00	0.00	0.00
0.71	0.71	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.71	-0.71	0.00
0.00	0.00	0.00	0.71	0.71	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

4.3.3- para obtener el vector de desplazamientos en los extremos de la barra en el sistema global.

 pulsa ↱ F3 y se obtiene 

Ordenando.

[D] =

-1.0307E-498	4X
1.1072E-498	4Z
-1.3128E-499	4Y
0.0058	2X
0.0140	2Z
-0.0111	2Y

Multiplicando estos matrices, $[q]=\left[k^{'}\right].[T].[D]$, resulta las fuerzas en los extremos de la barra.

$$\begin{bmatrix} Q_{4x'} \\ V_{4z'} \\ M_{4y'} \\ Q_{2x'} \\ V_{2z'} \\ M_{2y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151.17 \\ -5.4 \\ 13.13 \\ -129.96 \\ -15.8 \\ -27.38 \end{bmatrix}$$

De esta manera se obtiene las fuerzas en los extremos de los elementos para cada uno, ordenando en la tabla.

Elemento	Nudo	Fuerza axial en x'	Fuerza cortante en z'	Momento en y'
1.00	1.00	-103.07	-33.28	55.88
1.00	2.00	103.07	-30.72	-52.62
2.00	2.00	0.00	-40.00	80.00
2.00	3.00	0.00	0.00	0.00
3.00	4.00	151.17	-5.41	13.13
3.00	2.00	-129.96	-15.80	-27.38

4.4- Las funciones de la tecla F4 etiquetado con [Q].

Esta sección está orientado para obtener las fuerzas en los extremos de las barras en transformados a coordenada global, con esto por superposición se hallan las reacciones en los apoyos.

De la igualdad.

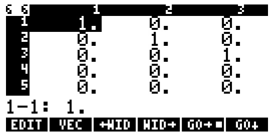
$$[Q]=\left[T^{T}\right].[q]$$

Donde:

- [Q]: fuerzas en los extremos de un elemento con respecto al sistema global.
- [T^T]: matriz de transformación de fuerzas[12].
- [q]: fuerzas en los extremos de los elementos con respectos a su sistema local.

- para este ejemplo se obtiene las reacciones en el apoyo #1.

4.4.1- Para obtener la matriz de transformación de fuerzas.

pulsa F4 y se obtiene


que es la matriz de transformación de fuerzas.

4.4.2- Para obtener las fuerzas en los extremos de los elementos con respecto a su sistema local.

pulsa ↰ F4 y se obtiene


Multiplicando esta dos matrices:

Ordenando.

[Q] =

FUERZAS	
-103.07	1X
-33.28	1Z
55.88	1Y
103.07	2X
-30.72	2Z
-52.62	2Y

Donde las fuerzas en las direcciones 1X 1Z y 1Y representan las reacciones en el nudo #1, de la misma manera se obtiene las otras reacciones, ordenando en la tabla.

[12] Esta matriz de transformación de fuerzas es la transpuesta de la matriz de transformación de desplazamientos.

Nudo	Reacción en X	Reacción en Z	Momento en Y
1.00	-103.07	-33.28	55.88
4.00	103.07	-110.72	13.13

AGRADCIMIENTOS:

- Sinceros agradecimientos a Sonia R., sin la ayuda de ella no hubiera sido posible este manual.
- A Oscar Fuentes Fuentes, me ha sido de muchísima utilidad su programa matExel.

IMPORTANTE:

El autor de este programa es ***Caspar Lugtmeier***, sólo la adaptación para que muestre estos resultados pertenecen al autor de este manual, el programa adaptado es de libre distribución como el original, no contiene algún archivo que pueda alterar en normal funcionamientos del sistema de su hp49g/hp49g+, si embargo yo, ***Canchari Gutiérrez, Edmundo***. No me responsabilizo por los daños que pudiera ocasionar el uso de este programa, éste es de libre distribución y se distribuye como es.

El programa fue minuciosamente comprobado en un emulador con rom 1.19-6 y 1.24 y en una calculadora real con versión de sistema operativo 1.19-6 y 1.24 no habiéndose encontrado defectos.

COMENTARIOS Y SUGERENCIAS:

Todos sus comentarios y sugerencias serán bienvenidos a cgedmundo@gmail.com

Visite:

http://cgedmundo.googlepages.com