

Este programa ha sido hecho para agilizar los cálculos típicos de teoría de colas. La notación (y las fórmulas usadas para los cálculos) es exactamente la misma que la utilizada en el libro "Introduction to Operations Research", de Hillier-Lieberman, McGraw-Hill. Si tienes cualquier duda, consulta el capítulo 15 de dicho libro.

Todos los sistemas considerados siguen distribución exponencial para los tiempos de servicio, (que es equivalente a decir que los sistemas siguen distribuciones Poisson para índices de llegada).

Notación:

La siguiente notación será usada:

Estado del sistema: número de clientes en el sistema de colas.

Longitud de Cola: número de clientes esperando a ser atendidos.
= estado del sistema menos el número de clientes que están siendo atendidos.

$N(t)$ = número de clientes en el sistema de colas en el instante t ($t \geq 0$).

$P_n(t)$ = probabilidad de exactamente n clientes en el sistema.

s = número de servidores (servidores paralelos).

λ_n = tasa media de llegada (número de llegadas esperadas por unidad de tiempo) de clientes nuevos cuando hay n clientes en el sistema.

μ_n = tasa media de servicio para todo el sistema (número esperado de clientes que estén completando el servicio por unidad de tiempo). Nota : es la tasa combinada (total) a la cual los sirvientes completan los servicios de los clientes.

ρ, μ, λ = leer siguiente párrafo:

Cuando λ_n es constante para todo n , esta constante se conocerá por λ . Si la tasa media de servicio por sirviente ocupado es constante para $n \geq 1$, esta constante será μ . En tal caso, $1/\lambda$ y $1/\mu$ son los tiempos esperados transcurridos entre llegadas de clientes y servicio a éstos, respectivamente. Del mismo modo, $\rho = \lambda/s\mu$ es el factor de utilización del sistema, que equivale a la fracción de tiempo esperado que los sirvientes individuales están ocupados.

El programa y todos los sistemas (modelos) aquí considerados serán en estado estacionario, recuérdese que la mayoría de sistemas de colas se pueden considerar en estado estacionario al cabo de un tiempo de funcionamiento.

Notación para sistema estacionario:

P_n = probabilidad de que haya exactamente n clientes en el sistema.

L = número esperado de clientes en el sistema.

L_q = número esperado de clientes esperando en COLA (se excluyen los clientes que están siendo atendidos).

\bar{W} = tiempo de espera en SISTEMA para cada cliente individual.

$$W = E(W)$$

W_q = tiempo de espera en COLA (se excluye tiempo de servicio) para cada cliente individual.

Relaciones entre L , W , y W_q

Supóngase que λ_n es constante para todo n , denotada por λ . Se demuestra que en estado estacionario:

$$L = \lambda \cdot W$$

la misma demostración prueba que

$$L_q = \lambda \cdot W_q$$

si las λ_n no son iguales, λ puede ser reemplazada en estas ecuaciones por λ_{∞} , tasa media de llegada para un intervalo de tiempo lo suficientemente largo.

Supóngase ahora que la tasa media de servicio es constante, $1/\mu$, para todo $n \geq 1$. Se sigue que:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Estas relaciones son extremadamente importantes porque permiten calcular estas cantidades fundamentales en cuanto una de ellas es averiguada.

Uso del programa:

Escoge COLAS, que es el programa principal que llama a los otros subprogramas. COLAS, está hecho para escoger el tipo de cola adecuada, los distintos tipos son:

MMS:

El caso más básico y típico. Es un caso particular del modelo de nacimiento y muerte donde la tasa media de llegada y de servicio (λ, μ , respectivamente) del sistema son constantes.

Argumentos (Inputs):

Se han de introducir los siguientes datos, salvo n , que es opcional:

λ = tasa media de llegada

μ = tasa media de servicio

s = número de servidores

ρ = factor de utilización: tienes que calcularlo a mano haciendo $\rho = \lambda/s\mu$, hazlo antes de usar el programa y apúntalo. Te preguntarán por qué no lo hace el programa

solito si con s , λ , y μ se puede calcular ρ . Pues simplemente porque soy gilipollas y me olvidé de que lo podía hacer, y ahora ya es tarde. Si alguno de vosotros se le ocurre incluir unas líneas para cambiarlo pues estupendo, yo ya paso.

n = número de probabilidades a calcular. El programa calculará las probabilidades de que n clientes se encuentren en el sistema. Es opcional, y, aunque diga que $n=0$, por defecto el programa calculará hasta 4 probabilidades ($P(\text{clientes} = 0)$, $P(\text{clientes} = 1)$, ..., $P(\text{clientes} = 4)$), si necesitáis que calcule más pues en donde pone $n=0$, introducís el número que os convenga.

Salida (outputs):

6: P_0 = probabilidad de que haya exactamente 0 clientes en el sistema.

5: L_q = longitud de la cola (longitud esperada, sin incluir los clientes que están siendo atendidos)

4: W_q = tiempo de espera en cola

3: W = tiempo de espera en sistema

2: L = número esperado de clientes en SISTEMA (los que hay en la cola más lo que están siendo atendidos).

1: P_n = array de longitud $(n+1)$ de la forma $(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n)$, donde cada P_n es la probabilidad de que exactamente n clientes se encuentren en el sistema. De este modo, el primer elemento del array será el P_0 que la HP ha dado como salida en el nivel 6 de la pila. Como os dije antes, recordad que si necesitáis que calcule muchas probabilidades, se introduce en la ventana de introducción de datos el n =valor deseado. Por defecto se calculará probabilidades para $n=4$, aunque ponga $n=0$ en la ventana.

MMS/C: cola finita:

El número de clientes en el sistema puede sobrepasar de un determinado valor. Cualquier cliente que llegue cuando la cola esté "llena" será rechazado del sistema y abandonará éste para no volver jamás.

Argumentos de entrada (Input):

λ = tasa media de llegada

μ = tasa media de servicio

s = número de servidores

ρ = factor de utilización: recuerda que tienes que calcularlo a mano haciendo $\rho = \lambda / s\mu$, (hazlo previamente al uso del programa).

C = límite de tamaño de sistema. Cuando la longitud de cola es C , (o sea, cuando " C " clientes están esperando en la cola) cualquier clientes que entre en el sistema abandonará éste.

Output (Salidas):

7: P_0 = probabilidad de que haya exactamente 0 clientes en el sistema.

6: L_q = longitud de la cola (longitud esperada, sin incluir los clientes que están siendo atendidos)

5: P_n = array de longitud $(n+1)$ de la forma $(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n)$, donde cada P_n es la probabilidad de que exactamente n clientes se encuentren en el sistema. De este modo, el primer elemento del array será el P_0 que la HP ha dado como salida en el nivel 7 de la pila. Nótese que en este caso, $n=C$ siempre, o sea, todos los casos son calculados. C es el límite de cola, de modo que el array P_n es de dimensión $(c+1)$. Lógicamente, si C es el límite de cola, no se calculará P_n para $n > C$.

4: L = número esperado de clientes en SISTEMA (los que hay en la cola más lo que están siendo atendidos).

3: λ_2 = este valor se usa en el libro. Es un valor intermedio que requieren las fórmulas que mi programa utiliza. Lo incluyo aquí por si lo necesitáis escribir en un examen como si hubiéseis calculado a mano el mismo, o por si queréis comprobar el resultado a mano. Equivale a :

$$\lambda_2 \equiv \bar{\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n P_n = \lambda(1 - P_C)$$

2: W = tiempo de espera en sistema

1: W_q = tiempo de espera en cola

MMS/prioridad:

Ahora la tasa de llegada no ha de ser constante. Ahora se consideran distintas clases de clientes, de modo que algunos tienen prioridad sobre otros. Por ejemplo, en determinadas compañías aéreas, los clientes de primera clase (business-class) disponen de un mostrador aparte para facturar más rápido y no tener que esperar la misma cola.

En el modelo considerado, cuando un cliente de baja prioridad esté siendo atendido, no se interrumpirá su servicio aunque llegue un cliente de mayor prioridad.

Argumentos de entrada (input):

λ = vector (array) de tasas media de llegadas. Ha de ser un vector de la forma $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, donde cada λ es la tasa media de llegada para cada clase considerada. En este tipo de colas, se consideran distintos tipos de clientes, cada tipo con su respectiva tasa media de llegada λ_n . Nótese que, aunque hay distintas tasas de llegada, hay una sola tasa de servicio.

μ = tasa media de servicio. Es la misma para todas las clases consideradas.

S = número de servidores.

L_q = longitud equivalente de la cola MMS simple. Es el valor de L_q para el modelo MMS sencillo equivalente. Es decir, se calcula la L_q (longitud de cola) para un modelo MMS normal y corriente, en el que la tasa media de llegada sea la suma de todas las tasas de llegada del modelo MMS/prioridad, o sea, se calcula la L_q para un MMS (el primer caso de mi programa) usando λ :

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{ las "i" clases consideradas}$$

es decir, se suman las λ_n

Valores devueltos (output):

8: A

7: valoresB = tanto "A" como "valoresB" son sólo valores numéricos que mi programa usa como valores intermedios. Los devuelve por si queréis hacer los cálculos a mano para comprobaciones o algo similar, realmente no se necesitan para otra cosa.

6: λ

5: $\rho \rightarrow$ vector (array) factor de utilización para todas las clases

4: L_q

3: W_q

2: W

1: L \rightarrow todos estos seis valores ($\lambda, \rho, L_q, W_q, W, L$) son los mismos que en el sistema MMS, pero con la diferencia que para este caso con vectores (arrays) ya que, como recordamos, se consideran distintas clases de clientes, cada uno con su tasa de llegada. Por ejemplo, si L es vector $L_q(L_1, L_2)$, es que se han considerado dos clases (cada una con su propia tasa de llegada), y las longitudes de cola para cada clase son L_1 y L_2 .

MMS/población finita:

La fuente de entrada está limitada. O sea, la población de entrada (clientes potenciales) está limitada, ya no es infinita. Sea N el tamaño de la población, si hay n clientes en el sistema, sólo hay N-n clientes potenciales que quedarán fuera del sistema.

Argumentos de entrada (Input):

λ = tasa media de entrada

μ = tasa media de servicio

s= número de servidores

n= tamaño de la población

Valores de salida (outputs):

7: P_0 = probabilidad de que haya exactamente 0 clientes en el sistema.

6: L_q = longitud de la cola (longitud esperada, sin incluir los clientes que están siendo atendidos)

5: P_n = array de longitud (n+1) de la forma $(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n)$, donde cada P_n es la probabilidad de que exactamente n clientes se encuentren en el sistema. De este modo, el primer elemento del array será el P_0 que la HP ha dado como salida en el

nivel 7 de la pila. Se calculará para $n=N$, o sea para todos los elementos de la población, el vector será tamaño $N+1$.

4: L = número esperado de clientes en SISTEMA (los que hay en la cola más lo que están siendo atendidos).

3: λ_2 = este valor se usa en el libro. Es un valor intermedio que requieren las fórmulas que mi programa utiliza. Lo incluyo aquí por si lo necesitáis escribir en un examen como si hubiéseis calculado a mano el mismo, o por si queréis comprobar el resultado a mano. Equivale a :

$$\lambda_2 \equiv \bar{\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n P_n = \lambda(1 - P_c)$$

2: W = tiempo de espera en sistema

1: W_q = tiempo de espera en cola

El programa está escrito en USER-RPL. El programa principal es COLAS. Los otros son subprogramas que hacen los cálculos necesarios. Puedes usarlos sin ejecutar COLAS previamente, por ejemplo, para calcular una cola MMS sencilla, puedes ejecutar MMS directamente en lugar de ejecutar COLAS y escoger luego la primera opción.

IMPORTANTE: la calculadora ha de tener la opción "numeric" del menú CAS desactivada, es decir, el system-FLAG 03 ha de estar desactivado.

SETUP: todos los archivos han de ser copiados en el mismo directorio de la HP. Para enviar los archivos a la calculadora, se ha de enviar en modo Kermit, y el modo de "traducción" (translation mode) debe ser el 3. Esto se selecciona en el programa "Pc connectivity kit" en "comm settings" y "translation", después elige "mode 3". Luego, conectar la calculadora y enviar los archivos como siempre. En caso de que no funcione (a mí me falla muchas veces), hay que probar otra cosa: Se conecta la Hp al Pc con el programa como siempre, luego , mientras la calculadora esté en "awaiting server command" (ya habrá enviado la información sobre el contenido de su memoria al Pc) pues presiona en la HP la tecla ON, luego , APPS, elige "2. I/O functions ", luego "5.transfer" y en el menú que sale, donde se encuentra "Xlat", elige "Chr 128-255", tras esto, presiona F4 (receive), y ahora, en el PC, envía los archivos haciendo "arrastrar y soltar" con el ratón como siempre. Esto tiene que funcionar, si no es así, repítelo enviando archivos de uno en uno.

Archivos que han de ser transferidos (colócalos en un mismo directorio):

COLAS
MMS
MMSC
MMSN
MMSPRIOR

No me hago responsable de cualquier problema que este programa pudiera ocasionar en vuestras calculadoras. De todos modos está hecho en USER -RPL y por lo tanto no se debe considerar peligroso. Lo he probado en HP49 ROM 1.19-6

Ingeniería Industrial
EPS Ferrol
Universidad de La Coruña
SPAIN