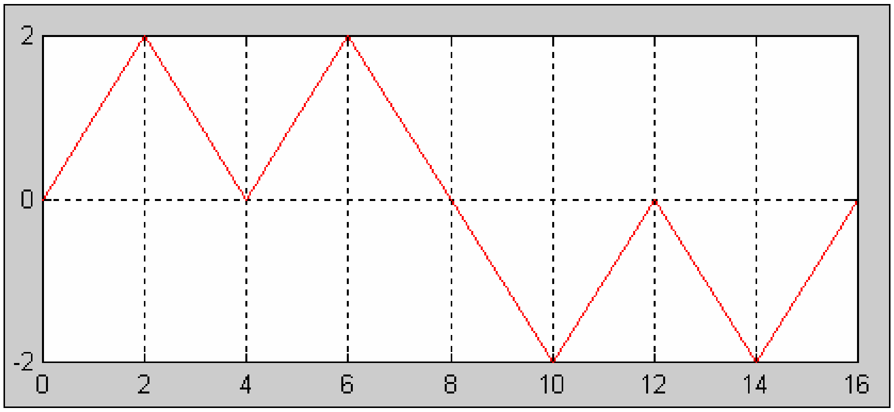
SFourier para HP 49/50

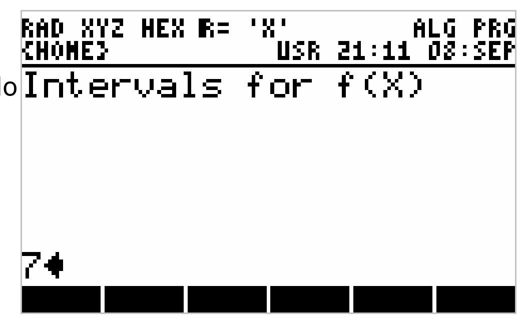
Ejemplo 01: Se pide calcular la Serie de Fourier para la siguiente señal periódica:



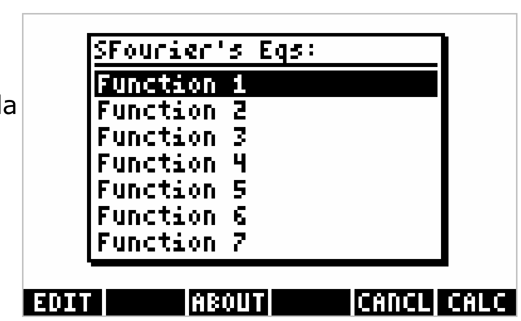
Podemos ver que la función está compuesta por siete intervalos como se muestra a continuación:

$$f(t)=\begin{cases} t & 0<t\le 2 \\ 4-t & 2<t\le 4 \\ t-4 & 4<t\le 6 \\ 8-t & 6<t\le 10 \\ t-12 & 10<t\le 12 \\ 12-t & 12<t\le 14 \\ t-16 & 14<t\le 16 \end{cases}$$

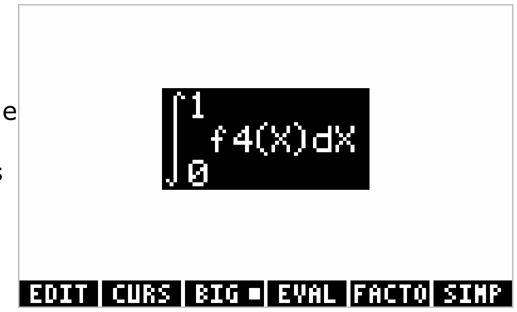
Nuestra tarea será ingresar las siete funciones habiendo definido antes los siete intervalos. La ejecución de SFourier puede realizarse desde modo Algebraico o RPN, siendo indistinto para ambos casos.
Luego se deberá ingresar el número de armónicos, en este caso usaremos 2.



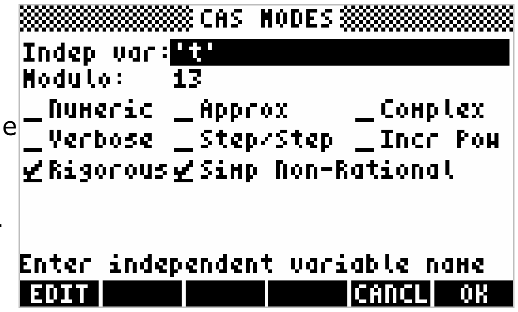
Después de ingresar los intervalos y el número de armónicos viene la edición de las siete funciones para la cual usaremos la opción EDIT. Use CANCL para cancelar todo y salir.
Hasta este punto se ha creado un directorio interno usado por el programa en donde se han almacenado funciones por defecto, hasta que sean modificadas.



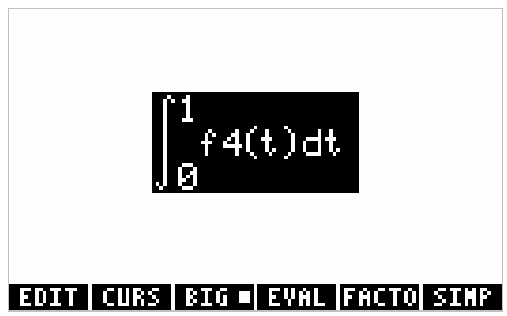
La edición de la cuarta función se vería como en la imagen de la derecha, suponiendo a 'X' como la variable independiente… Como en el ejemplo estamos trabajando con 't' podemos escribir todos los intervalos en función de 'X', que para este caso sería '8-X' en lugar de '8-t'…



Se recomienda cambiar la var. indep. para poder usar 't' y evitar errores, para ello cancelamos todo lo hecho e ingresaremos a MODE F3 (CAS) y modificamos el casillero <Indep var> como se muestra en la imagen… Después de esto reanude el procedimiento y continúe…

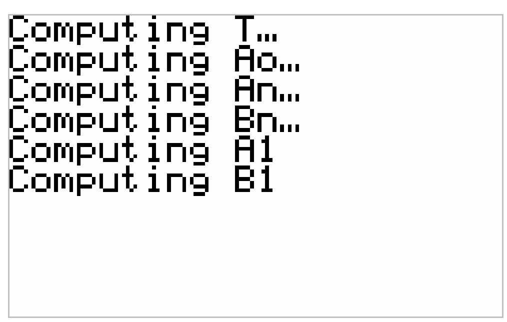


Después de cambiar la variable independiente ahora el programa nos pide los intervalos en función de 't'. El cuarto intervalo de la función es '8-t' y se encuentra limitado entre 6 y 10… Observe que el 'dt' simplemente le indica que variable independiente usar, y cualquier cambio a ella no será tomado en consideración por SFourier.



Acá vemos el cuarto intervalo ingresado y sólo debe presionase ENTER para validar los cambios… De la misma forma ingresar los seis intervalos restantes y presionar para proceder… El resto es tarea de SFourier…

El proceso tardará tiempos diversos dependiendo de la velocidad del procesador de la calculadora (49/50) y de la complejidad del problema. Sonidos serán emitidos para avisarle que ya se terminó con determinado cálculo.



Los resultados mostrados son el desarrollo de lo siguiente:

$$Ao = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \qquad An = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(nwt)dt \qquad Bn = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(nwt)dt$$

$$\boxed{Serie = Ao + \sum_{n=1}^{armónicos} An\cdot\cos(nwt) + \sum_{n=1}^{armónicos} Bn\cdot\sin(nwt)} \qquad w = \frac{2\pi}{T}$$

Viendo los resultados:

T=16

$$Ao = \frac{1}{16}\left(\int_0^2 (t)dt + \int_2^4 (4-t)dt + \int_4^6 (t-4) + \int_6^{10} (8-t)dt + \int_{10}^{12} (t-12)dt + \int_{12}^{14} (12-t)dt + \int_{14}^{16} (t-16)dt\right)$$

$$\boxed{Ao = \frac{2+2+2-2-2-2}{16} = 0}$$

$$An = \frac{2}{16}\left(\int_0^2 (t)\cos(nwt)dt + \int_2^4 (4-t)\cos(nwt)dt + ... + \int_{14}^{16} (t-16)\cos(nwt)dt\right)$$

$$An = \frac{1}{8}\left(\begin{array}{l}\left(\frac{(t)\sin(nwt)}{(nw)} + \frac{\cos(nwt)}{(nw)^2}\right)_0^2 + \left(\frac{(4-t)\sin(nwt)}{(nw)} - \frac{\cos(nwt)}{(nw)^2}\right)_2^4 + \\ ... + \left(\frac{(t-16)\sin(nwt)}{(nw)} + \frac{\cos(nwt)}{(nw)^2}\right)_{14}^{16}\end{array}\right)$$

$$\boxed{An = \frac{1}{8}\left(\begin{array}{l}\frac{2(nw)\sin(2nw)+\cos(2nw)-1}{(nw)^2} - \frac{2(nw)\sin(2nw)-\cos(2nw)+\cos(4nw)}{(nw)^2} + \\ ... + \frac{2(nw)\sin(14nw)-\cos(14nw)+\cos(16nw)}{(nw)^2}\end{array}\right)}$$

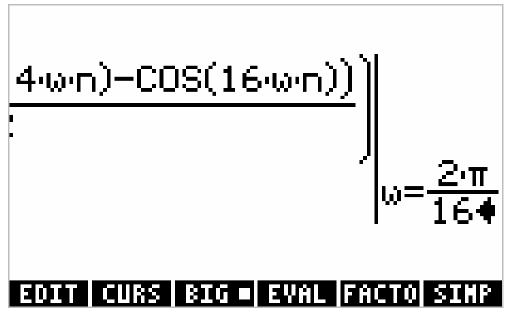
$$Bn = \frac{2}{16}\left(\int_0^2 (t)\sin(nwt)dt + \int_2^4 (4-t)\sin(nwt)dt + ... + \int_{14}^{16} (t-16)\sin(nwt)dt\right)$$

$$Bn = \frac{1}{8}\left(\begin{array}{l}\left(\frac{\sin(nwt)}{(nw)^2} - \frac{(t)\cos(nwt)}{(nw)}\right)_0^2 + \left(\frac{-\sin(nwt)}{(nw)^2} - \frac{(4-t)\cos(nwt)}{(nw)}\right)_2^4 + \\ ... + \left(\frac{\sin(nwt)}{(nw)^2} - \frac{(t-16)\cos(nwt)}{(nw)}\right)_{14}^{16}\end{array}\right)$$

$$\boxed{Bn = \frac{1}{8}\left(\begin{array}{l}\frac{\sin(2nw)-2(nw)\cos(2nw)}{(nw)^2} + \frac{\sin(2nw)-\sin(4nw)+2(nw)\cos(2nw)}{(nw)^2} + \\ ... + \frac{-\sin(14nw)+\sin(16nw)-2(nw)\cos(14nw)}{(nw)^2}\end{array}\right)}$$

Use las herramientas del editor de ecuaciones EQW para simplificar estas expresiones.

La siguiente imagen muestra una de las posibles operaciones que se podrían realizar después de obtener los resultados, los cuales se encuentran almacenados también en el directorio temporal creado por SFourier.



El programa no se percata si la función es par o impar. En este ejemplo sabemos que la función es impar, por lo tanto An=0.

El programa tampoco reduce expresiones como $\sin(n\pi)=0$.

SFourier en su versión 1.1 agregó la posibilidad de ver el gráfico original de la función, para ello en el visor de resultados presione GRAPH. Para este ejemplo se debe obtener algo como lo mostrado a la derecha, que menos mal es lo que habíamos ingresado al inicio ;)