

ANALISIS DE CURVAS HORIZONTALES CARRETERAS - I

Diseño geométrico de carreteras



CALCULADORAS HP50G



POR: ALEXANDER GUTIERREZ

DEDICATORIA

A: Arminda Chungara:

Gracias por ser mi mayor inspiración, mi dicha, mi orgullo, mi Bonita, mi ángel, mi amiga que cambió mi vida por completo; sobre todo por darme los ánimos apoyo incondicional en los momentos más difíciles y por estar siempre pendiente de mí.

...A VECES PIENSO QUE ESTOY EN EL LUGAR EQUIVOCADO,
EN UN MUNDO QUE ME ES AJENO Y EXTRAÑO,
Y CADA INTENTO POR SER UN RAYO DE SOL SE VUELVE INÚTIL,
ENTONCES HUYO DEL MUNDO Y EMPIEZO A **PROGRAMAR...**

CONTENIDO:

NOTACIÓN:	I
DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA REPLANTEO DE CURVAS:	1
1. INTRODUCCIÓN:	2
1.1 GENERALIDADES.	2
1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS CARRETERAS	3
1.2.1 Según su función	3
1.2.2 Según el tipo de terreno	3
1.2.3 Según su competencia	5
1.2.4 Según sus características	6
DISEÑO GEOMÉTRICO HORIZONTAL: PLANTA	7
2. CONCEPTOS	7
2.1 CURVAS CIRCULARES SIMPLES	7
2.1.1 Expresiones que relacionan los elementos geométricos	8
2.2.3 Expresión de la curvatura de una curva circular simple.	11
2.2.5 Relación entre las coordenadas planas y las coordenadas polares	21
2.2.6 Otros métodos para el cálculo y localización de curvas circulares simples.	23
2.3 CURVAS CIRCULARES COMPUESTAS	26
2.3.1 Curvas circulares compuestas de dos radios.	26
2.3.2 Curvas circulares compuestas de tres radios	29
3.5 CURVAS ESPIRALES DE TRANSICIÓN	36
3.5.1 Generalidades	36
2.5.2 La espiral de Euler o Clotoide como curva de transición	38
2.5.3 Ecuaciones de la Clotoide o espiral de transición	41
2.5.4 Elementos de enlace de una curva circular simple con espirales de transición Clotoides iguales	46
2.5.5 Longitud mínima de la espiral de transición.	52
2.5.6 Longitud máxima de la espiral de transición.	57
2.5.7 Longitud mínima de la curva circular central.	58
2.6 ENTRETANGENCIAS HORIZONTALES	58
2.6.1 Entretangencia mínima	58
2.6.2 Entretangencia máxima	59
INSTALACION:	60
EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL PROGRAMA:	61
EJEMPLO N°1	61
INGRESO DE DATOS:	62
OBTENCION DE RESULTADOS:	63
EJEMPLO N°2	65
INGRESO DE DATOS:	66
OBTENCION DE RESULTADOS:	67
EJEMPLO N°3	71
INGRESO DE DATOS:	72
OBTENCION DE RESULTADOS:	72



EJEMPLO N°4.....	75
INGRESO DE DATOS:	76
OBTENCION DE RESULTADOS:.....	77
EJEMPLO N°5.....	80
INGRESO DE DATOS:	83
OBTENCION DE RESULTADOS:.....	83
EJEMPLO N°6.....	88
INGRESO DE DATOS:	91
OBTENCION DE RESULTADOS:.....	91
EJEMPLO N°7.....	97
INGRESO DE DATOS:	100
OBTENCION DE RESULTADOS:.....	100
EJEMPLO N°8.....	105
INGRESO DE DATOS:	108
OBTENCION DE RESULTADOS:.....	108
EL SANTO GRIAL DE LA HP50G:.....	114
AGRADECIMIENTOS:	117
LA ORACIÓN DE LOS FIELES:.....	118
COMPARANDO HP PRIME vs HP50G:.....	119
CONCLUSIONES Y CRÍTICAS:.....	120
CONDICIONES DE USO:	123
DONDE ENCONTRARME:	123
REFERENCIAS:.....	124

NOTACIÓN:

CURVA CIRCULAR SIMPLE:

Elementos geométricos que caracterizan una curva circular simple son:

PI = Punto de intersección de las tangentes o vértice de la curva.

IC = Principio de curva: punto donde termina la tangente de entrada y empieza la curva.

FC = Principio de tangente: punto donde termina la curva y empieza la tangente de salida.

O = Centro de la curva circular.

Δ = Ángulo de deflexión de las tangentes: ángulo de deflexión principal.

Es igual al ángulo central subtendido por el arco IC-FC.

R = Radio de la curva circular simple.

T = Tangente o subtangente: distancia desde el PI al IC o desde el PI al FC.

L = Longitud de curva circular: distancia desde el IC al FC a lo largo del arco circular, o de un polígono de cuerdas.

CL = Cuerda larga: distancia en línea recta desde el IC al FC.

E = Externa: distancia desde el PI al punto medio de la curva A.

M = Ordenada media: distancia desde el punto medio de la curva A al punto medio de la cuerda larga B

ELEMENTOS DE LA CLOTOIDE O ESPIRAL

x, y = Coordenadas cartesianas de un punto cualquiera P de la espiral, referidas al sistema de ejes X e Y .

θ = Ángulo correspondiente a P .

θ_e = Ángulo de la espiral.

θ_p = Ángulo paramétrico.

R_c = Radio de la curva circular simple.

dL = Elemento diferencial de arco.

$d\theta$ = Elemento diferencial de ángulo.

Los ángulos se forman entre la tangente en el origen y las tangentes en los respectivos puntos de la curva.

ELEMENTOS DE LA CURVA SIMÉTRICA ESPIRAL-CIRCULAR-ESPIRAL

IC, FC = Principios de curva y tangente en la prolongación de la curva circular desplazada.

TE = Tangente-Espiral. Punto donde termina la tangente de entrada y empieza la espiral de entrada.

EC = Espiral-Circular. Punto donde termina la espiral de entrada y empieza la curva circular central.

CE = Circular-Espiral. Punto donde termina la curva circular central y empieza la espiral de salida.

ET = Espiral-Tangente. Punto donde termina la espiral de salida y empieza la tangente de salida.

P = Punto cualquiera sobre el arco de espiral.

O' = Centro de la curva circular primitiva (sin transiciones).

O = Nuevo centro de la curva circular (con transiciones).

Δ = Ángulo de deflexión entre las tangentes principales.

θ_e = Ángulo de la espiral. Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la tangente en el EC .

Δ_c = Ángulo central de la curva circular con transiciones.

θ = Ángulo de deflexión principal del punto P . Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la tangente en el punto P .

ϕ = Deflexión correspondiente al punto P . Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la cuerda c' .

ϕ_c = Deflexión correspondiente al EC , o ángulo de la cuerda larga de la espiral.

R = Radio de curvatura de la espiral en el punto P .

R_c = Radio de la curva circular central.

Te = Tangente de la curva espiral-circular-espiral. Distancia desde el PI al TE y del PI al ET .

TL = Tangente larga de la espiral.

TC = Tangente corta de la espiral.

c' = Cuerda de la espiral para el punto P .

CL_e = Cuerda larga de la espiral.

Le = Longitud total de la espiral. Distancia desde el TE al EC .

L = Longitud de la espiral, desde el TE hasta el punto P .

p = Desplazamiento (disloque o retranqueo). Distancia entre la tangente a la prolongación de la curva circular desplazada al PC y la tangente a la curva espiralizada.

K = Distancia a lo largo de la tangente, desde el TE hasta el PC desplazado.

K = Distancia a lo largo de la tangente, desde el TE hasta el PC desplazado

a = Desplazamiento del centro. Distancia desde O' hasta O .

b = Proyección de a sobre el eje X .

E_e = Externa de la curva espiral-circular-espiral.

x, y = Coordenadas cartesianas del punto P .

x_c, y_c = Coordenadas cartesianas del EC .

k, p = Coordenadas cartesianas del PC desplazado.

x_o, y_o = Coordenadas cartesianas del centro de la curva circular con transiciones.



ANALISIS DE CURVAS HORIZONTALES

DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA REPLANTEO DE CURVAS:

- Versión: 1.0
- Título: ANALISIS CURVA HORIZONTAL
- Lenguaje de Programación: 10[%] USER-RPL y 90[%] SYSTEM RPL.
- Biblioteca: L1322
- Tamaño: 87830 Bytes
- Plataformas Soportadas: ROM 2.15 – HP50g

El presente programa va dirigido a estudiantes y a todo profesional de ingeniería civil, en especial a los estudiantes de la Gloriosa Facultad Nacional de Ingeniería Civil (F.N.I.), que cursan el curso de CARRETERAS I. El presente programa Resuelve:

CURVA HORIZONTALES SIMPLE:

- Método de las Deflexiones.
- Método de las Coordenadas.

Ambos métodos con $[\Delta^o]$ ángulo de Deflexión derecha e Izquierda y calcula todos los elementos, parámetros de la curva horizontal paso a paso mostrando fórmulas utilizadas, resultados y su respectivo Replanteo.

CLOTOIDES COMPUESTAS:

- Espiral – Espiral
- Espiral – Circular – Espiral
- Método de las Deflexiones.
- Método de las Coordenadas.

Calcula todos los elementos, parámetros de la curva horizontal compuesta Clotoide paso a paso mostrando fórmulas utilizadas, resultados y su respectivo Replanteo.

El programa funciona en modo RPN y también en Algebraico. Claro que ésta calculadora está diseñada para usarla en RPN.

1. INTRODUCCIÓN:

1.1 GENERALIDADES.

Una carretera es una infraestructura de transporte especialmente acondicionada dentro de toda una faja de terreno denominada derecho de vía, con el propósito de permitir la circulación de vehículos de manera continua en el espacio y en el tiempo, con niveles adecuados de seguridad y comodidad.

En el proyecto integral de una carretera, el diseño geométrico es la parte más importante ya que a través de él se establece su configuración geométrica tridimensional, con el fin de que la vía sea funcional, segura, cómoda, estética, económica y compatible con el medio ambiente.

Una vía será funcional de acuerdo a su tipo, características geométricas y volúmenes de tránsito, de tal manera que ofrezca una adecuada movilidad a través de una velocidad de operación suficiente.

La geometría de la vía tendrá como premisa básica la de ser segura, a través de un diseño simple, uniforme y consistente.

La vía será cómoda en la medida en que se disminuyan las aceleraciones de los vehículos y sus variaciones, lo cual se logrará ajustando las curvaturas de la geometría y sus transiciones a las velocidades de operación por las que optan los conductores a lo largo de los tramos rectos.

La vía será estética al adaptarla al paisaje, permitiendo generar visuales agradables a las perspectivas cambiantes, produciendo en el conductor un recorrido fácil.

La vía será económica, cuando cumpliendo con los demás objetivos, ofrece el menor costo posible tanto en su construcción como en su mantenimiento.

Finalmente, la vía deberá ser compatible con el medio ambiente, adaptándola en lo posible a la topografía natural, a los usos del suelo y al valor de la tierra, y procurando mitigar o minimizar los impactos ambientales.

Los factores o requisitos del diseño a tener en cuenta se agrupan en externos o previamente existentes, e internos o propios de la vía y su diseño.

Los factores externos están relacionados, entre otros aspectos, con la topografía del terreno natural, la conformación geológica y geotécnica del mismo, el volumen y características del tránsito actual y futuro, los valores ambientales, la climatología e hidrología de la zona, los desarrollos urbanísticos existentes y previstos, los parámetros socioeconómicos del área y la estructura de las propiedades.

Los factores internos del diseño contemplan las velocidades a tener en cuenta para el mismo y los efectos operacionales de la geometría, especialmente los vinculados con la seguridad exigida y los relacionados con la estética y armonía de la solución.

1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS CARRETERAS

1.2.1 Según su función

Determinada según la necesidad operacional de la carretera o de los intereses de la nación en sus diferentes niveles:

❶ CARRETERAS PRIMARIAS O DE PRIMER ORDEN

Son aquellas vías troncales, transversales y de accesos a las capitales de los Departamentos, que cumplen la función básica de integración de las principales zonas de producción y de consumo del país y de éste con los demás países. Este tipo de carreteras puede ser de calzadas divididas según las exigencias del proyecto, y deben ser siempre pavimentadas.

❷ CARRETERAS SECUNDARIAS O DE SEGUNDO ORDEN

Son aquellas vías que unen cabeceras municipales entre sí y/o que provienen de una cabecera municipal y conectan con una carretera Primaria. Las carreteras consideradas como Secundarias pueden funcionar pavimentadas o en afirmado.

❸ CARRETERAS TERCIARIAS O DE TERCER ORDEN

Son aquellas vías de acceso que unen cabeceras municipales con sus veredas, o que unen veredas entre sí. Las carreteras consideradas como Terciarias deben funcionar en afirmado. En caso de pavimentarse deben cumplir con las condiciones geométricas estipuladas para las carreteras Secundarias.

1.2.2 Según el tipo de terreno

Determinada por la topografía predominante en el tramo en estudio. De allí que, a lo largo de una carretera pueden presentarse tramos homogéneos en diferentes tipos de terreno. Éstos se clasifican con base en las pendientes de sus laderas naturales en el entorno y transversalmente a la vía.

Las pendientes longitudinales y transversales del terreno son las inclinaciones naturales del terreno, medidas en el sentido longitudinal y transversal del eje de la vía. A su vez, la línea de máxima pendiente sobre el terreno natural, es la inclinación máxima del terreno natural en cualquier dirección, alrededor del entorno del eje de la vía.

En Colombia, los terrenos se clasifican en plano (*P*), ondulado (*O*), montañoso (*M*) y escarpado (*E*), de acuerdo con los parámetros que se indican en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1 Tipos de terreno

TIPO DE TERRENO	PENDIENTE MÁXIMA MEDIA DE LAS LÍNEAS DE MÁXIMA PENDIENTE DEL TERRENO (%)	INCLINACIÓN TRANSVERSAL AL EJE DE LA VÍA, DEL TERRENO (%)
Plano (P)	0-5	0-6
Ondulado (O)	5-25	6-13
Montañoso (M)	25-75	13-40
Escarpado (E)	>75	>40

Fuente:

⁽¹⁾: Cárdenas Grisales James. *Diseño Geométrico de Carreteras*. Ecoe Ediciones. Bogotá. 2002.

⁽²⁾: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

De esta manera, se consideran las siguientes carreteras:

❶ CARRETERAS EN TERRENO PLANO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical, que permite a los vehículos pesados mantener aproximadamente la misma velocidad que la de los vehículos livianos.

Exigen mínimo movimiento de tierras durante la construcción, por lo que no presentan dificultad ni en el trazado ni en la explanación. Las pendientes longitudinales de las vías son normalmente menores al 3%.

❷ CARRETERAS EN TERRENO ONDULADO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical que obliga a los vehículos pesados a reducir sus velocidades significativamente por debajo de la de los vehículos livianos, sin ocasionar que aquellos operen a velocidades sostenidas en pendiente por intervalos de tiempo prolongado.

Durante la construcción los movimientos de tierra son moderados, lo que permite alineamientos más o menos rectos, sin mayores dificultades en el trazado y explanación. Sus pendientes longitudinales se encuentran entre el 3% y el 6%.

❸ CARRETERAS EN TERRENO MONTAÑOSO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical que obliga a los vehículos pesados a circular a velocidades sostenidas en pendiente a lo largo de distancias considerables o durante intervalos frecuentes.

Generalmente requieren grandes movimientos de tierra durante la construcción, razón por la cual presentan dificultades en el trazado y en la explanación. Sus pendientes longitudinales predominantes se encuentran entre el 6% y el 8%.

4 CARRETERAS EN TERRENO ESCARPADO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical que obliga a los vehículos pesados a operar a menores velocidades sostenidas en pendiente que aquellas a las que operan en terreno montañoso, para distancias significativas o a intervalos muy frecuentes.

Exigen el máximo movimiento de tierras durante la construcción, con muchas dificultades para el trazado y explanación, pues los alineamientos están prácticamente definidos por divisorias de aguas. Generalmente sus pendientes longitudinales son superiores al 8%.

En la Figura 1.1, se ilustra de manera esquemática un perfil transversal del terreno natural, donde se aprecian los diversos tipos de terreno y las secciones transversales que se pueden presentar más comúnmente: terraplenes para terrenos planos, mixtas de corte y terraplén para terrenos ondulados, cortes para terrenos montañosos, y cortes en divisorias de aguas con túneles para terrenos escarpados.

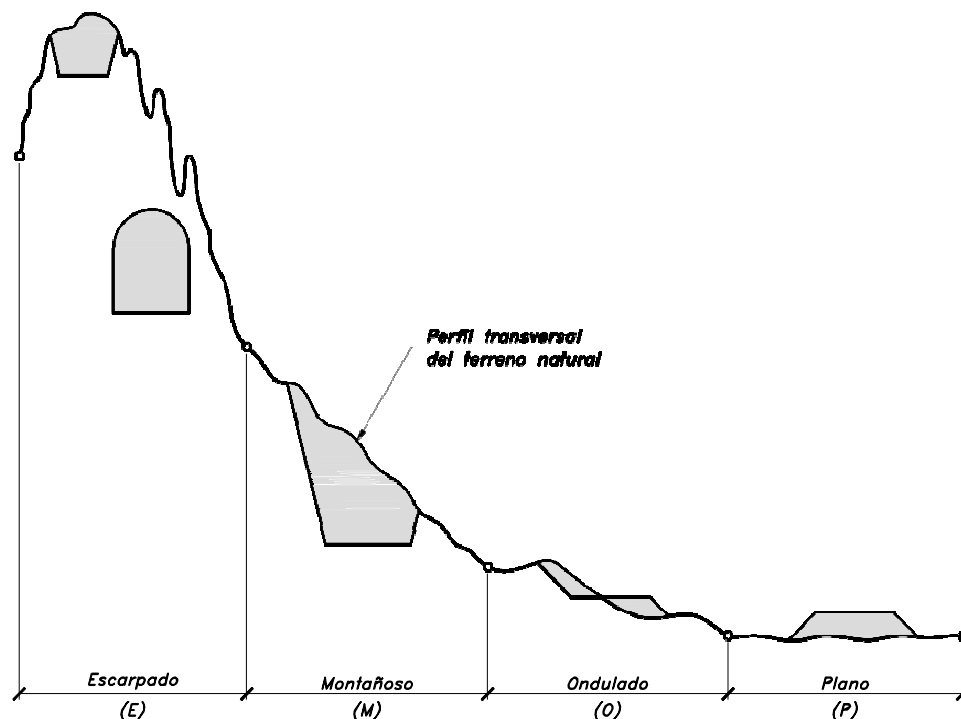


Figura 1.1 Tipos de terreno en carreteras

1.2.3 Según su competencia

Las carreteras se clasifican según se encuentren a cargo de una determinada administración:

❶ CARRETERAS NACIONALES

Son aquellas que están, ya sea directamente bajo la administración del Instituto Nacional de Vías INVIAS, o que se encuentran concesionadas bajo la administración de la Agencia Nacional de Infraestructura ANI. Forman la red primaria de carreteras.

❷ CARRETERAS DEPARTAMENTALES

Son aquellas de propiedad de los Departamentos. Forman la red secundaria de carreteras.

❸ CARRETERAS VEREDALES O CAMINOS VECINALES

Son aquellas vías a cargo del Instituto Nacional de Vías y de los municipios. Forman la red terciaria de carreteras.

1.2.4 Según sus características

❶ AUTOPISTAS

Son vías de calzadas separadas, cada una con dos o más carriles y con control total de accesos. Las entradas y salidas de las autopistas se realizan únicamente a través de intersecciones a desnivel comúnmente llamadas distribuidores o intercambiadores.

❷ CARRETERAS MULTICARRILES

Son carreteras divididas o no, con dos o más carriles por sentido y con control parcial de accesos. Las entradas y salidas se realizan a través de intersecciones a desnivel y a nivel.

❸ CARRETERAS DE DOS CARRILES

Constan de una sola calzada de dos carriles, uno por cada sentido de circulación, con intersecciones a nivel y acceso directo desde sus márgenes.

DISEÑO GEOMÉTRICO HORIZONTAL: PLANTA.

2. CONCEPTOS

De una manera general una carretera se puede concebir como un sistema que logra integrar beneficios, conveniencia, satisfacción y seguridad a sus usuarios; que conserva, aumenta y mejora los recursos naturales de la tierra, el agua y el aire; y que colabora en el logro de los objetivos del desarrollo regional, agrícola, industrial, comercial, residencial, recreacional y de salud pública.

En forma particular, el diseño geométrico de carreteras es el proceso de correlación entre sus elementos físicos y las características de operación de los vehículos, mediante el uso de las matemáticas, la física y la geometría. En este sentido, la carretera queda geométricamente definida por el trazado de su eje en planta y en perfil y por el trazado de su sección transversal.

El diseño geométrico en planta de una carretera, o alineamiento horizontal, es la proyección sobre un plano horizontal de su eje real o espacial. Dicho eje horizontal está constituido por una serie de tramos rectos denominados tangentes, enlazados entre sí por curvas.

2.1 CURVAS CIRCULARES SIMPLES

Las curvas horizontales circulares simples son arcos de circunferencia de un solo radio que unen dos tangentes consecutivas, conformando la proyección horizontal de las curvas reales o espaciales. Por lo tanto, las curvas reales del espacio no necesariamente son circulares.

Elementos geométricos que caracterizan una curva circular simple

En la Figura 2.1 aparecen los diferentes elementos geométricos de una curva circular simple. Tomando el sentido de avance de izquierda a derecha, dichos elementos son:

PI = Punto de intersección de las tangentes o vértice de la curva.

IC = Principio de curva: punto donde termina la tangente de entrada y empieza la curva.

FC = Principio de tangente: punto donde termina la curva y empieza la tangente de salida.

O = Centro de la curva circular.

Δ = Ángulo de deflexión de las tangentes: ángulo de deflexión principal. Es igual al ángulo central subtendido por el arco IC-FC.

R = Radio de la curva circular simple.

T = Tangente o subtangente: distancia desde el PI al IC o desde el PI al FC.

L = Longitud de curva circular: distancia desde el IC al FC a lo largo del arco circular, o de un polígono de cuerdas.

CL = Cuerda larga: distancia en línea recta desde el IC al FC.
E = Externa: distancia desde el PI al punto medio de la curva A.
M = Ordenada media: distancia desde el punto medio de la curva A al punto medio de la cuerda larga B

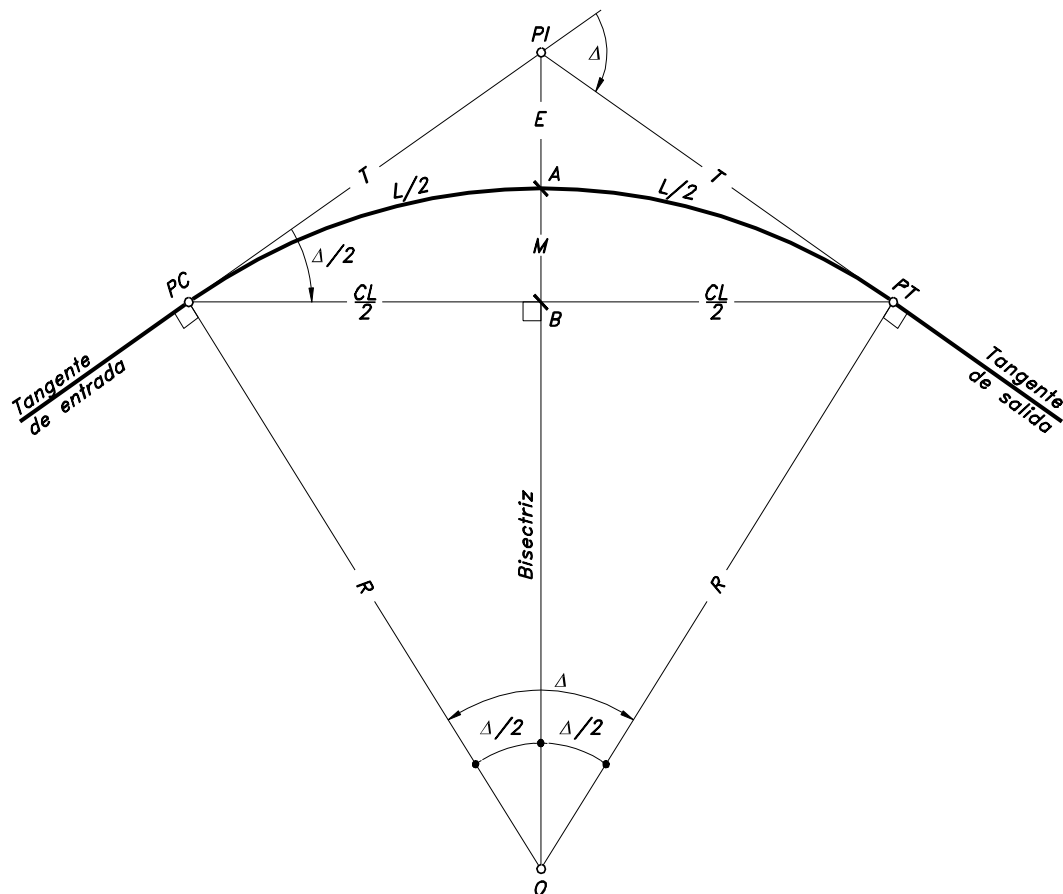


Figura 2.1 Elementos geométricos de una curva circular simple.

2.1.1 Expresiones que relacionan los elementos geométricos.

Los anteriores elementos geométricos se relacionan entre sí, dando origen a expresiones que permiten el cálculo de la curva. De acuerdo con la Figura 2.1 anterior, algunas de estas expresiones son:

T en función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo O·PC·PI, se tiene:

$$\tan \frac{\Delta}{2} = \frac{PC \cdot PI}{O \cdot PC} = \frac{T}{R}, \text{ de donde,}$$

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} \quad (3-1)$$

R en función de T y Δ:

$$R = \frac{T}{\tan \frac{\Delta}{2}} \quad (3-2)$$

CL en función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo O·B·PC, se tiene:

$$\sin \frac{\Delta}{2} = \frac{B \cdot PC}{O \cdot PC} = \frac{\frac{CL}{2}}{R}, \text{ de donde,}$$

$$CL = 2R \sin \frac{\Delta}{2} \quad (3-3)$$

E en función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo O·PC·PI, se tiene:

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{O \cdot PC}{O \cdot PI}, \text{ } O \cdot PI = OA + A \cdot PI = R + E$$

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{R}{R + E}, \text{ de donde,}$$

$$E = R \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right) \quad (3-4)$$

E en función de T y Δ:

Reemplazando la ecuación (3-2) en la ecuación (3-4), se tiene:

$$E = \left(\frac{T}{\tan \frac{\Delta}{2}} \right) \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right), \text{ pero, } \tan \frac{\Delta}{2} = \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\cos \frac{\Delta}{2}}$$

$$E = \left(\frac{T \cos \frac{\Delta}{2}}{\sin \frac{\Delta}{2}} \right) \left(\frac{1 - \cos \frac{\Delta}{2}}{\cos \frac{\Delta}{2}} \right)$$

$$E = \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{2}} \right) \left(1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right)$$

También se sabe que,

$$\sin 2\Delta = 2 \sin \Delta \cos \Delta \quad , \text{ entonces, } \sin \frac{\Delta}{2} = 2 \sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}$$

$$\cos 2\Delta = 2 \cos^2 \Delta - 1 \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$E = \left(\frac{T}{2 \sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) \left(1 - 2 \cos^2 \frac{\Delta}{4} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) (2) \left(1 - \cos^2 \frac{\Delta}{4} \right)$$

$$E = \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) \left(1 - \cos^2 \frac{\Delta}{4} \right) \quad , \text{ entonces,}$$

$$E = \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) \left(\sin^2 \frac{\Delta}{4} \right) = \frac{T \sin \frac{\Delta}{4}}{\cos \frac{\Delta}{4}} \quad , \text{ esto es,}$$

$$E = T \tan \frac{\Delta}{4} \quad (3-5)$$

M en función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo O·B·PC, se tiene:

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{OB}{O \cdot PC} = \frac{OA - AB}{O \cdot PC} = \frac{R - M}{R} \quad , \text{ de donde,}$$

$$M = R \left(1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right) \quad (3-6)$$

2.2.3 Expresión de la curvatura de una curva circular simple.

La curvatura de un arco circular se fija por su radio R o por su grado G . Se llama grado de curvatura G al valor del ángulo central subtendido por un arco o cuerda de determinada longitud, escogidos como arco unidad s o cuerda unidad c . En nuestro medio, el arco unidad o la cuerda unidad usualmente es de 5, 10 y 20 metros.

❶ SISTEMA ARCO-GRADO

En este caso, según la Figura 2.2, el ángulo central G_s es subtendido por un arco unidad s .

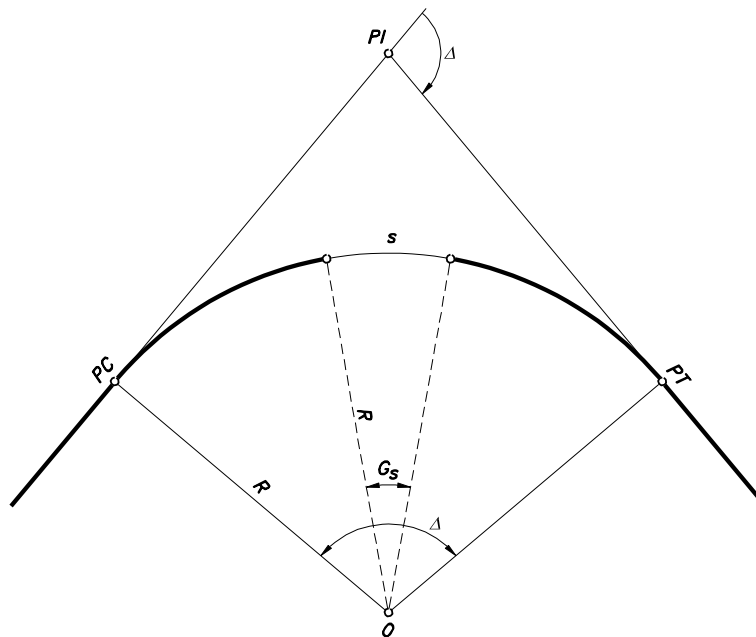


Figura 2.2 Curvatura por el sistema arco-grado

Matemática y geoméricamente, se sabe que la curvatura de una curva es inversa al radio, esto es, a mayor curvatura menor radio y a menor curvatura mayor radio. Esta curvatura se puede expresar así:

$$\text{Curvatura} = \frac{1}{R}$$

También se conoce que, para una curva circular de radio R , el arco s es igual al producto del radio R por el ángulo central G_s , esto es:

$s = R G_s$, para G_s expresado en radianes. Por lo tanto:

$$G_s = \frac{s}{R}$$

Ahora para el radio R expresado en metros y para un valor del arco s de 1 metro, se tiene:

$$G_{s=1} = \frac{1}{R}$$

Como puede observarse, este es el verdadero concepto de la curvatura de una curva; el inverso del radio. En otras palabras, el grado de curvatura $G_{s=1}$ de una curva de radio R , es el ángulo central correspondiente a un arco de 1 metro, el cual expresado en grados sexagesimales es:

$$G_{s=1} = \frac{1}{R} \text{radianes} \left(\frac{180^\circ}{\pi \text{radianes}} \right) = \frac{180^\circ}{\pi R}$$

De manera general, para cualquier arco s , relacionando ángulos centrales con arcos, se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{G_s}{s} &= \frac{360^\circ}{2\pi R}, \text{ de donde,} \\ G_s &= \frac{180^\circ s}{\pi R} \end{aligned} \quad (3-7)$$

Para este sistema, la longitud de la curva L_s , es la del arco circular entre sus puntos extremos PC y PT .

Igualmente, relacionando arcos con ángulos centrales, se puede plantear que:

$$\begin{aligned} \frac{L_s}{\Delta} &= \frac{s}{G_s}, \text{ de donde,} \\ L_s &= \frac{s\Delta}{G_s} \end{aligned} \quad (3-8)$$

Reemplazando la ecuación (3-7) en la (3-8), se tiene también que:

$$\begin{aligned} L_s &= \frac{s\Delta}{\frac{180^\circ s}{\pi R}}, \text{ esto es,} \\ L_s &= \frac{\pi R \Delta}{180^\circ} \end{aligned} \quad (3-9)$$

A esta misma expresión también se puede llegar, relacionando la longitud de toda la circunferencia $2\pi R$ con su ángulo central de 360° , así:

$$\frac{L_s}{\Delta} = \frac{2\pi R}{360^\circ}, \text{ de donde, } L_s = \frac{\pi R \Delta}{180^\circ}$$

2 SISTEMA CUERDA-GRADO

En este caso, según la Figura 2.3, el ángulo central G_c es subtendido por una cuerda unidad c .

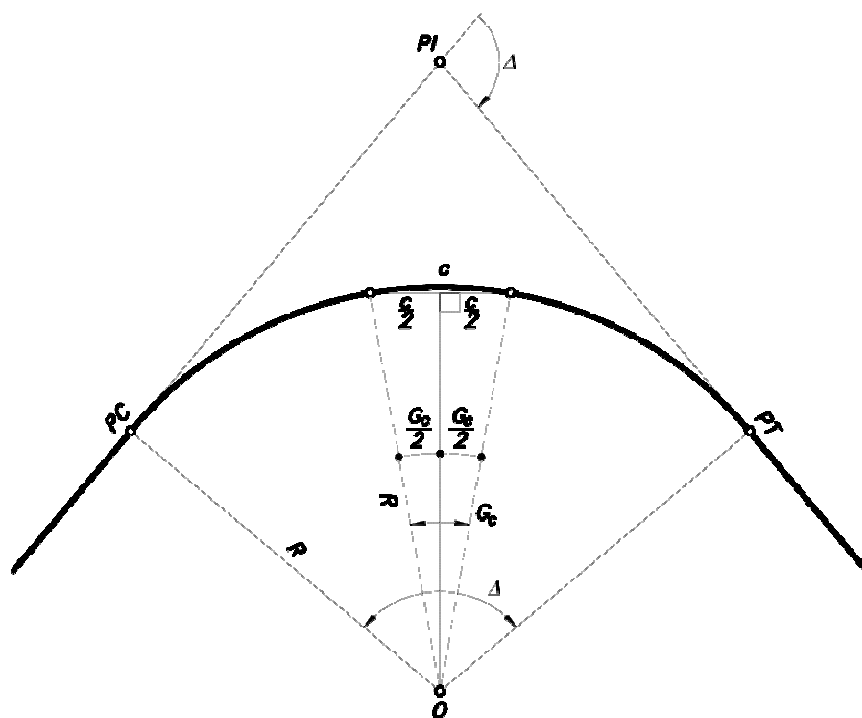


Figura 2.3 Curvatura por el sistema cuerda-grado

En uno de los dos triángulos formados, se tiene:

$$\text{sen} \frac{G_c}{2} = \frac{\frac{c}{2}}{R}, \text{ de donde,}$$

$$G_c = 2 \arcsen \frac{c}{2R} \quad (3-10)$$

Esta expresión para G_c es la que tradicionalmente se le ha conocido como grado de curvatura de una curva circular de radio R , bajo el sistema cuerda-grado, la cual variará según el valor de la cuerda unidad c .

Para este sistema, la longitud de la curva L_c , es la de una poligonal inscrita en ella desde el PC al PT , cuyos lados son cuerdas. De esta manera, si se relacionan cuerdas a ángulos centrales, se puede plantear que:

$$\frac{L_c}{\Delta} = \frac{c}{G_c} \quad , \text{ de donde,}$$
$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} \quad (3-11)$$

Tradicionalmente, el cálculo y la localización de las curvas circulares simples en el terreno, en especial para el caso de localización directa, se realizan por el método de los ángulos de deflexión.

Se denomina *ángulo de deflexión* δ de una curva, al ángulo formado entre cualquier línea tangente a la curva y la cuerda dirigida desde el punto de tangencia a cualquier otro punto P sobre la curva, tal como lo muestra la Figura 2.5, para el ángulo de deflexión δ_1 correspondiente a la tangente en el PC y el punto P_1 , y el ángulo de deflexión δ_2 correspondiente a la tangente en el punto Q y el punto P_2 .

Por un teorema de la geometría se sabe que el ángulo semiinscrito δ es igual a la mitad del ángulo central ϕ . Esto es, en general:

$$\delta = \frac{\phi}{2} \quad (3-12)$$

La anterior expresión de igualdad de ángulos se puede comprobar en la figura, pues los lados que forman los ángulos δ_1 y $\phi/2$ son perpendiculares entre sí. Así por ejemplo:

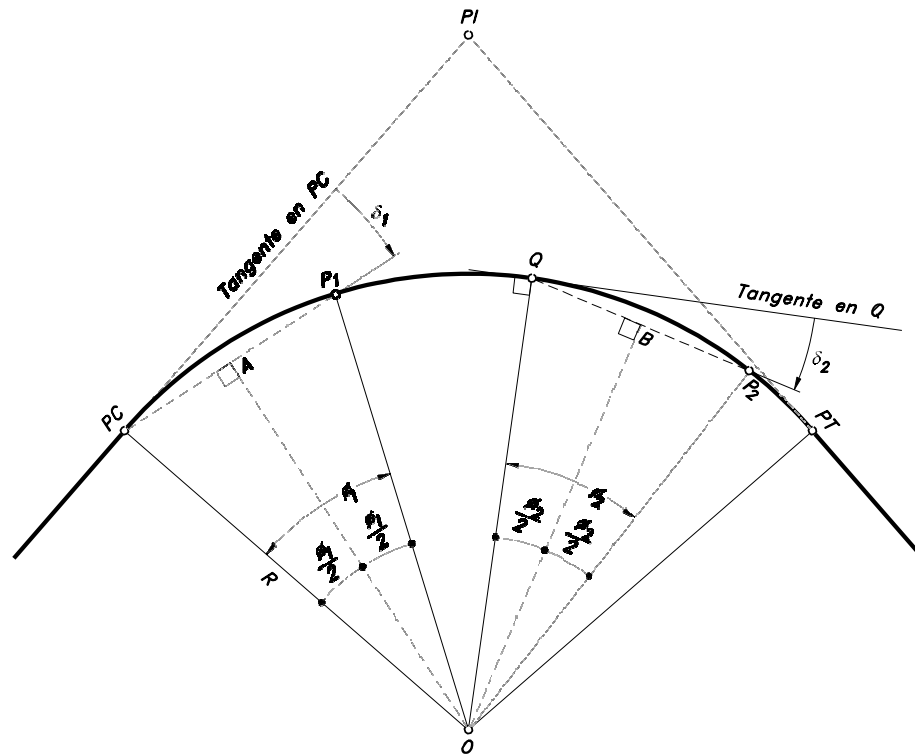


Figura 2.5 Concepto de ángulo de deflexión

$$\delta_1 = \frac{\phi_1}{2}$$

Puesto que el lado $PC \cdot PI$ es perpendicular al lado $O \cdot PC$ y el lado $PC \cdot P_1$ perpendicular al lado OA .

Igualmente,

$$\delta_2 = \frac{\phi_2}{2}$$

El método más usual en nuestro medio es el de calcular y deflejar las curvas desde el PC . En este método se pueden presentar dos casos:

❶ DEFLEXIÓN DE UNA CURVA CIRCULAR CUANDO LA ABCISA DEL PC ES REDONDA Y LA LONGITUD DE LA CURVA, L_c , ES IGUAL A UN NÚMERO EXACTO DE CUERDAS UNIDAD, c

Realmente este es un caso poco común, especialmente en lo que respecta a la longitud de la curva. Sin embargo, se ha planteado de esta forma con el propósito de entender más fácilmente el método de las deflexiones.

Se entiende por abscisa redonda, aquella que es múltiplo de la respectiva cuerda unidad que se utilice. Así por ejemplo, para una cuerda unidad de 5 metros una abscisa redonda es el $K2+225$, para 10 metros el $K3+430$ y para 20 metros el $K5+680$.

Por lo tanto, de acuerdo a la Figura 2.6, en la que se ha supuesto que la longitud de la curva sea igual a tres (3) cuerdas unidad, se tiene:

Según la ecuación (3-12), la deflexión para la cuerda unidad c es:

$$\delta = \frac{G_c}{2} \quad (3-13)$$

Entonces, para el punto P_1 sobre la curva, la deflexión es:

$$\delta_1 = \frac{G_c}{2}$$

Para localizar el punto P_1 en el campo, se estaciona el tránsito en el PC con ceros en la dirección del PI . Se deflece el ángulo δ_1 y en esta dirección se mide la primera cuerda unidad c , quedando materializado dicho punto.

Para el punto P_2 la deflexión es:

$$\delta_2 = \frac{G_c + G_c}{2} = \frac{G_c}{2} + \frac{G_c}{2} = \delta_1 + \frac{G_c}{2}$$

De igual manera, para localizar el punto P_2 , se marca en el tránsito el ángulo δ_2 y se mide la segunda cuerda c desde el punto P_1 . La intersección de esta medida con la visual dirigida desde el PC materializa este punto.

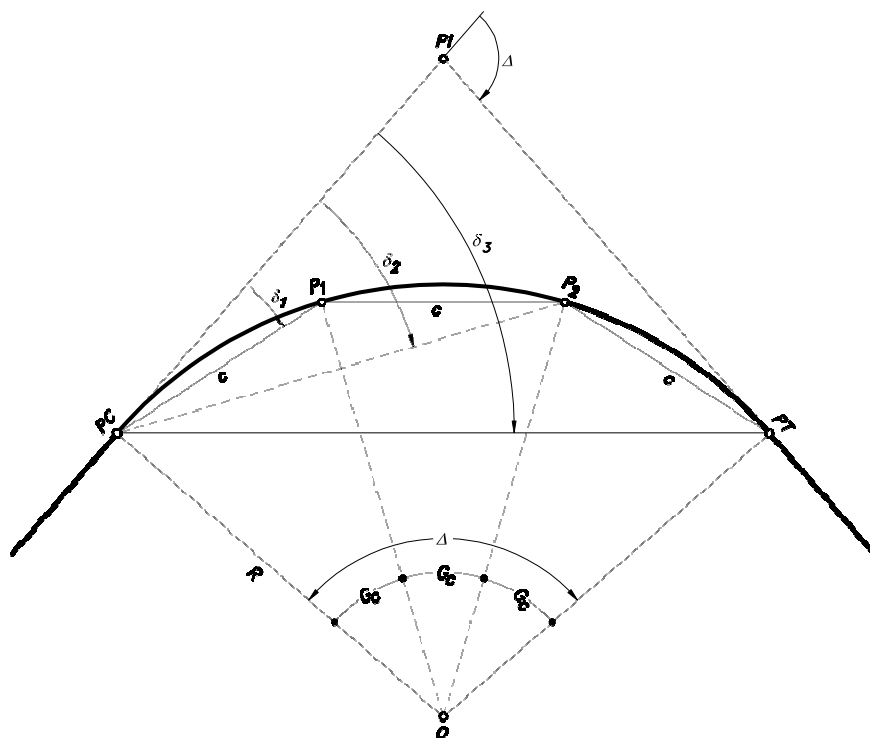


Figura 2.6 Deflexión de una curva circular. Caso particular

Para el último punto, el PT , la deflexión es:

$$\delta_3 = \frac{G_c + G_c + G_c}{2} = \frac{G_c + G_c}{2} + \frac{G_c}{2} = \left(\delta_1 + \frac{G_c}{2} \right) + \frac{G_c}{2} = \delta_2 + \frac{G_c}{2}$$

Al marcar en el tránsito el ángulo de deflexión δ_3 , la dirección de la visual debe coincidir con el PT y la distancia $P2 \cdot PT$ debe ser igual a la cuerda unidad c . La no coincidencia e igualdad, identifican la precisión en el cierre de la curva, puesto que el PT ha sido previamente localizado desde el PI .

Resumiendo:

$$\delta_1 = \frac{G_c}{2}$$

$$\delta_2 = \delta_1 + \frac{G_c}{2}$$

$$\delta_3 = \delta_2 + \frac{G_c}{2} = \frac{3G_c}{2} = \frac{\Delta}{2}$$

De acuerdo con las expresiones anteriores, se puede ver que, la deflexión para cualquier punto sobre la curva es igual a la deflexión para el punto anterior más la deflexión por cuerda unidad $G_c/2$, y que la deflexión al PT es igual a $\Delta/2$.

❷ DEFLEXIÓN DE UNA CURVA CIRCULAR CUANDO LA ABCISA DEL PC ES FRACCIONARIA Y LA LONGITUD DE LA CURVA, L_c , NO ES IGUAL A UN NÚMERO EXACTO DE CUERDAS UNIDAD, c

Este es el caso más general que se presenta, en el cual al traerse un abscisado desde un cierto origen, se llega al PC con una abscisa fraccionaria, por ejemplo el $K2+423.876$. El primer punto de la curva debe situarse en la abscisa redonda inmediatamente superior a la del PC , la cual depende de la cuerda unidad que se esté utilizando. Así por ejemplo, para $c=5m$ es el $K2+425$, para $c=10m$ es el $K2+430$ y para $c=20m$ es el $K2+440$. La distancia del primer punto al PC es la diferencia entre su abscisa redonda y la del PC , que para el ejemplo es $1.124m$, $6.124m$ y $16.124m$ respectivamente. Esto mismo se presenta antes del PT .

Como puede observarse, se han originado cuerdas de menor longitud que la cuerda unidad, las cuales se denominan *subcuerdas*, y cuyas deflexiones correspondientes se deben calcular proporcionalmente al valor de la cuerda unidad c . De allí que es necesario determinar la *deflexión por metro* d , así:

$$\frac{G_c}{2} \Rightarrow "c" \text{ metros}$$
$$d \Rightarrow "1" \text{ metro}$$

De donde,

$$d = \frac{G_c}{2c} \quad (3-14)$$

Para las diferentes cuerdas unidad de $5m$, $10m$ y $20m$, las deflexiones expresadas en grados por metro son:

$$d_5^\circ = \frac{G_c^\circ}{10m} = ^\circ / m$$

$$d_{10}^\circ = \frac{G_c^\circ}{20m} = ^\circ / m$$

$$d_{20}^\circ = \frac{G_c^\circ}{40m} = ^\circ / m$$

También estas deflexiones pueden ser expresadas en minutos por metro:

$$d'_5 = \frac{G_c^\circ}{10m} \left(\frac{60'}{1^\circ} \right) = 6G_c^\circ = ' / m$$

$$d'_{10} = \frac{G_c^\circ}{20m} \left(\frac{60'}{1^\circ} \right) = 3G_c^\circ = ' / m$$

$$d'_{20} = \frac{G_c^\circ}{40m} \left(\frac{60'}{1^\circ} \right) = 1.5G_c^\circ = ' / m$$

Conocida la deflexión por metro, la deflexión por subcuerda es:

$$\text{Deflexión por subcuerda} = (\text{Longitud subcuerda})(\text{Deflexión por metro})$$

Como se mencionó anteriormente, para casos de materialización de proyectos por localización directa, este método convencional de deflexiones, actualmente podría tener aplicación en proyectos de esta índole.

Con el propósito de explicar este método general, supóngase que se tiene la curva de la Figura 2.7, trazada con dos subcuerdas c_1 adyacente al PC y c_2 adyacente al PT , y dos cuerdas unidad c , tal que:

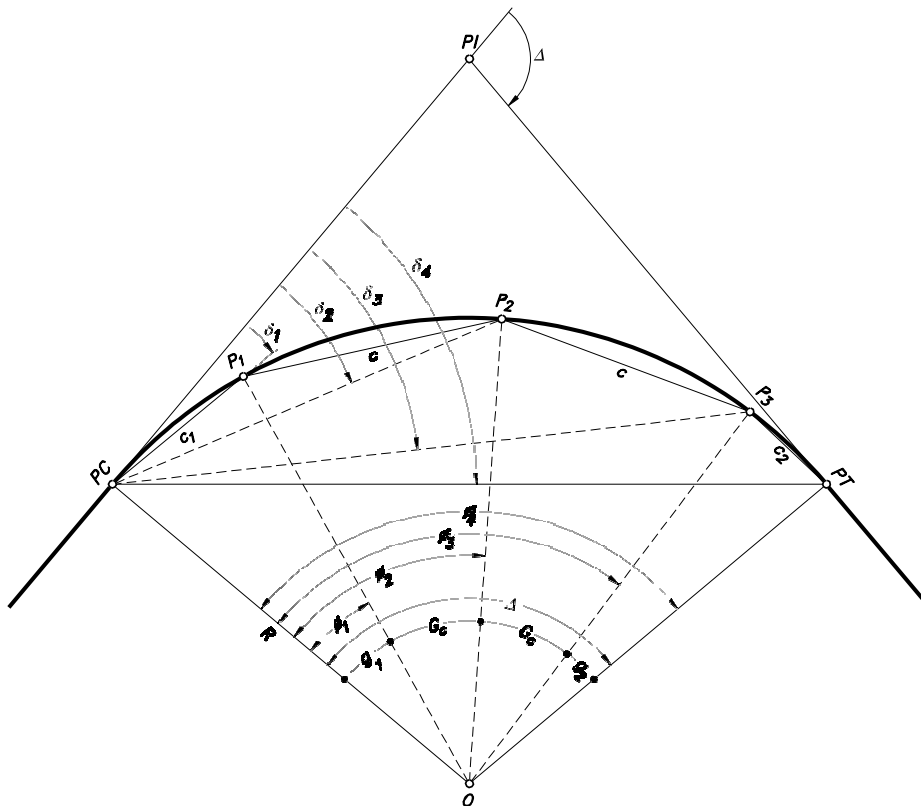


Figura 2.7 Deflexión de una curva circular. Caso general

Deflexión para: P_1

$$\delta_1 = c_1(d) = c_1 \left(\frac{G_c}{2c} \right) = \frac{G_c}{c} \left(\frac{c_1}{2} \right)$$

Pero, $\frac{G_c}{c} = \frac{g_1}{c_1}$, entonces,

$$\delta_1 = \frac{g_1}{c_1} \left(\frac{c_1}{2} \right), \text{ esto es,}$$

$$\delta_1 = \frac{g_1}{2} = \frac{\varphi_1}{2}$$

Deflexión para: P_2

$$\delta_2 = \frac{g_1 + G_c}{2} = \frac{g_1}{2} + \frac{G_c}{2} = \delta_1 + \frac{G_c}{2} = \frac{\varphi_2}{2}$$

Deflexión para: P_3

$$\delta_3 = \frac{g_1 + G_c + G_c}{2} = \left(\frac{g_1}{2} + \frac{G_c}{2} \right) + \frac{G_c}{2} = \delta_2 + \frac{G_c}{2} = \frac{\varphi_3}{2}$$

Deflexión para el: PT

$$\delta_4 = \frac{g_1 + G_c + G_c + g_2}{2} = \left(\frac{g_1}{2} + \frac{G_c}{2} + \frac{G_c}{2} \right) + \frac{g_2}{2} = \delta_3 + \frac{g_2}{2} = \frac{\varphi_4}{2} = \frac{\Delta}{2}$$

Esta deflexión se puede expresar también como,

$$\delta_4 = \left(\frac{G_c}{2} + \frac{G_c}{2} \right) + \left(\frac{g_1}{2} + \frac{g_2}{2} \right) = \frac{\Delta}{2}$$

Esta última deflexión dice que,

Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

Y debe ser igual a $\Delta/2$. De nuevo, la no coincidencia de esta última visual con el PT materializado desde el PI , indica el error de cierre en ángulo de la curva.

2.2.5 Relación entre las coordenadas planas y las coordenadas polares.

En un plano horizontal, la posición de un alineamiento recto se puede fijar por dos métodos: mediante las coordenadas planas (Norte y Este) de sus puntos extremos o mediante su dirección (Rumbo o Azimut) y longitud. Para tal efecto, en la Figura 2.8, se representan cuatro alineamientos rectos, cada uno ubicado en los siguientes cuadrantes:

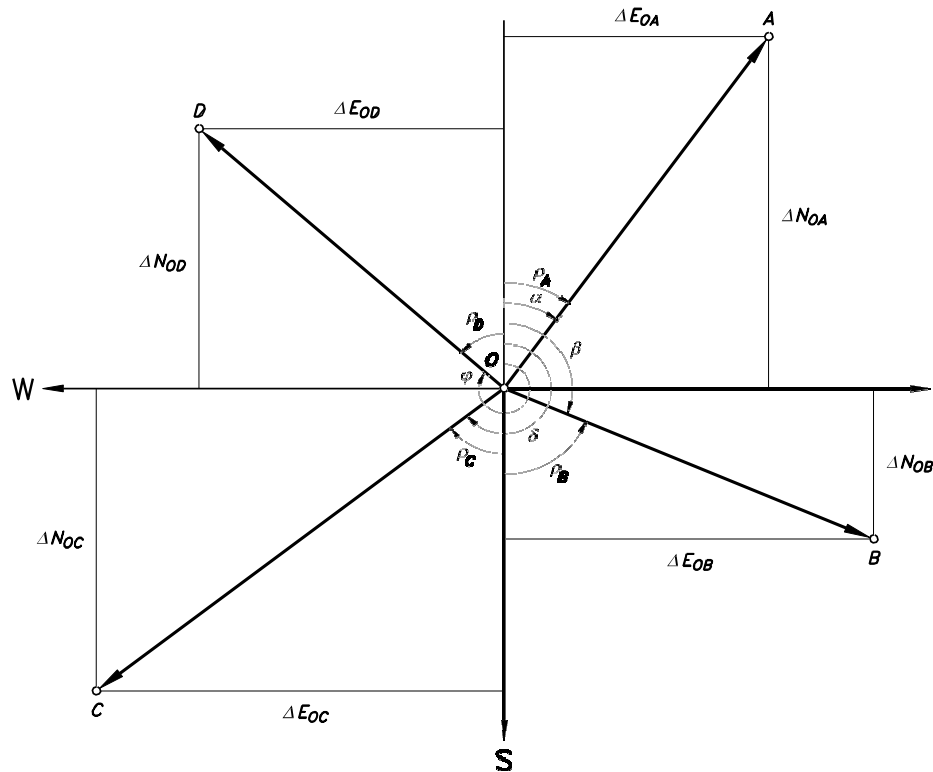


Figura 2.8 Coordenadas planas y coordenadas polares

Cuadrante Noreste (NE): Alineamiento OA
Cuadrante Sureste (SE): Alineamiento OB
Cuadrante Suroeste (SW): Alineamiento OC
Cuadrante Noroeste (NW): Alineamiento OD

Si se conocen las coordenadas planas del punto inicial O (N_o , E_o) de cada alineamiento, las coordenadas planas de su punto final respectivo y su longitud se calculan así:

Cuadrante Noreste: NE

El alineamiento OA tiene una dirección dada por el rumbo N_{pAE} o por el azimut α :

$$N_A = N_O + \Delta N_{OA} = N_O + OA \cos \alpha$$

$$E_A = E_O + \Delta E_{OA} = E_O + OA \sen \alpha$$

$$OA = \sqrt{(\Delta N_{OA})^2 + (\Delta E_{OA})^2}$$

Para azimutes entre 0° y 90° los valores de su coseno y seno son positivos, por lo que el punto A está al Norte y al Este del punto O .

Cuadrante Sureste: SE

El alineamiento OB tiene una dirección dada por el rumbo $SpBE$ o por el azimut β :

$$N_B = N_O - \Delta N_{OB} = N_O + OA \cos \beta$$

$$E_B = E_O + \Delta E_{OB} = E_O + OA \sen \beta$$

$$OB = \sqrt{(\Delta N_{OB})^2 + (\Delta E_{OB})^2}$$

Se ve que para azimutes entre 90° y 180° el valor del coseno es negativo y del seno positivo, por lo que el punto B está al Sur y al Este del punto O . Entonces, al trabajar con azimutes se tiene la gran ventaja de que sus funciones coseno y seno arrojan el signo, lo que permite directamente sumar o restar los incrementos respectivos (ΔN , ΔE) a las coordenadas del punto inicial para obtener las del punto final.

Cuadrante Suroeste: SW

El alineamiento OC tiene una dirección dada por el rumbo $SpCW$ o por el azimut δ :

$$N_C = N_O - \Delta N_{OC} = N_O + OC \cos \delta$$

$$E_C = E_O - \Delta E_{OC} = E_O + OC \sen \delta$$

$$OC = \sqrt{(\Delta N_{OC})^2 + (\Delta E_{OC})^2}$$

Para azimutes entre 180° y 270° los valores de su coseno y seno son negativos, por lo que el punto C está al Sur y al Oeste del punto O .

Cuadrante Noroeste: NW

El alineamiento OD tiene una dirección dada por el rumbo $NpDW$ o por el azimut φ :

$$N_D = N_O + \Delta N_{OD} = N_O + OD \cos \varphi$$

$$E_D = E_O - \Delta E_{OD} = E_O + OD \sen \varphi$$

$$OD = \sqrt{(\Delta N_{OD})^2 + (\Delta E_{OD})^2}$$

Para azimutes entre 270° y 360° el valor del coseno es positivo y del seno negativo, por lo que el punto D está al Norte y al Oeste del punto O .

2.2.6 Otros métodos para el cálculo y localización de curvas circulares simples.

❶ DESDE EL PC , O PT , POR NORMALES A LA TANGENTE

Este método, según la Figura 2.45, consiste en calcular la normal y , dados el radio R , la distancia x y el ángulo Δ , así:

En el triángulo rectángulo OAP , se tiene:

$$(OP)^2 = (OA)^2 + (AP)^2 \quad , \text{ esto es,}$$

$$R^2 = (R - y)^2 + x^2 \quad , R - y = \sqrt{R^2 - x^2}$$

De donde:

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2} \quad (3-15)$$

Una generalización de este método consiste en hacer coincidir los puntos P , ubicados sobre la curva, con las subcuerdas y las cuerdas unidad del método de las deflexiones. Por lo tanto, los valores de x e y deben ser:

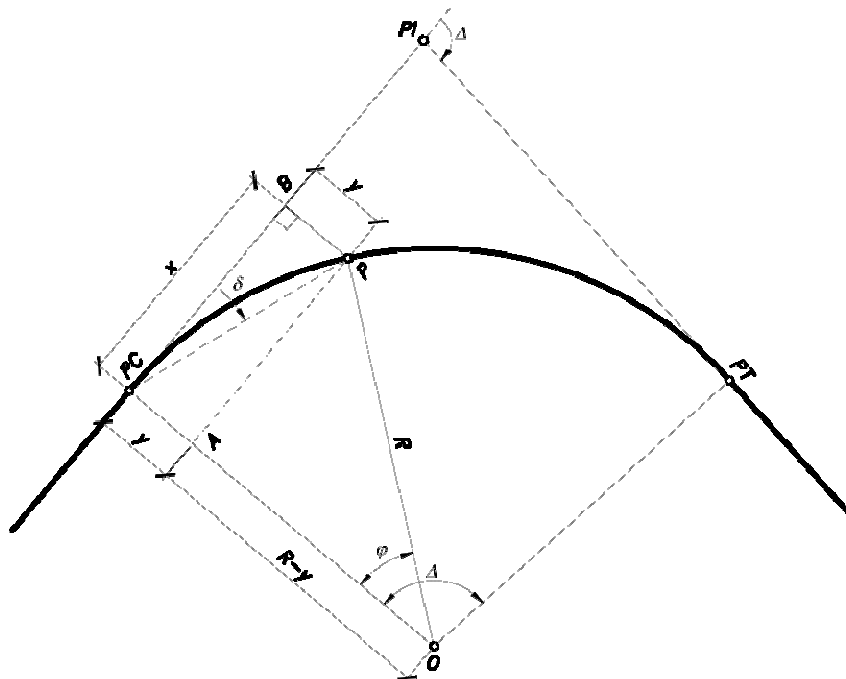


Figura 2.45 Cálculo de una curva circular simple por normales a la tangente

En el triángulo rectángulo OAP :

$$\cos \varphi = \frac{OA}{OP} = \frac{R-y}{R} = 1 - \frac{y}{R} \quad , \text{ esto es,}$$
$$y = R(1 - \cos \varphi)$$

Pero, según la ecuación (3-12), $\varphi = 2\delta$. Entonces:

$$y = R(1 - \cos 2\delta) \quad (3-16)$$

Ahora, en el triángulo rectángulo $PC \cdot B \cdot P$, se tiene:

$$\tan \delta = \frac{BP}{PC \cdot B} = \frac{y}{x} \quad , \text{ esto es,}$$

$$x = \frac{y}{\tan \delta} \quad , \text{ entonces:}$$

$$x = \frac{R(1 - \cos 2\delta)}{\tan \delta} \quad (3-17)$$

Se debe recordar que δ es el ángulo de deflexión correspondiente al punto P sobre la curva y φ el ángulo central subtendido por la cuerda $PC \cdot P$. De esta forma pueden ser calculados x e y mediante las dos expresiones anteriores, dadas por las ecuaciones (3-16) y (3-17).

❷ DESDE EL PI , POR DEFLEXIONES Y DISTANCIAS

Este método, según la Figura 2.46, consiste en calcular el ángulo α y la distancia $PI \cdot P$, dados el radio R , el ángulo Δ y el ángulo φ , así:

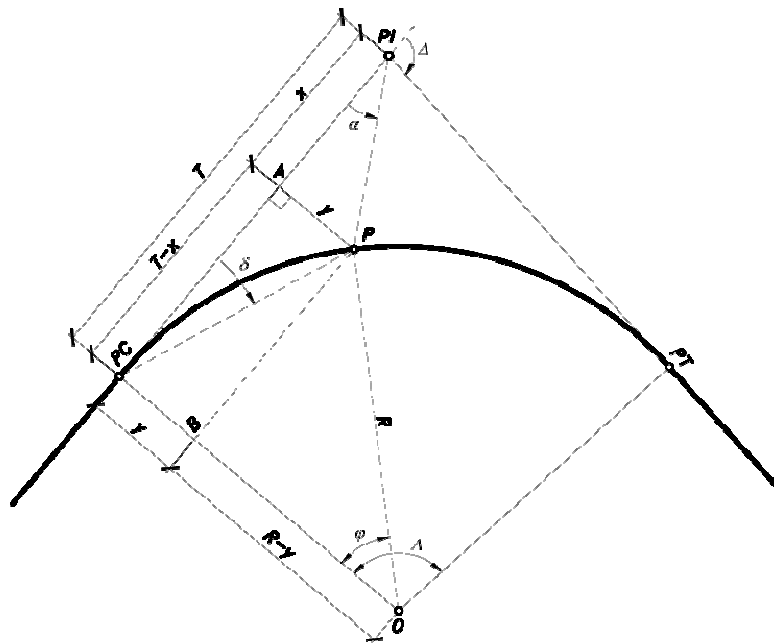


Figura 2.46 Cálculo de una curva circular simple desde el PI

En el triángulo rectángulo $A \cdot P \cdot PI$, se tiene:

$$\tan \alpha = \frac{AP}{A \cdot PI} = \frac{y}{x}$$

En el triángulo rectángulo $O \cdot B \cdot P$, se tiene:

$$\cos \varphi = \frac{OB}{OP} = \frac{R-y}{R} = 1 - \frac{y}{R} \quad , y = R(1 - \cos \varphi)$$

$$\sin \varphi = \frac{BP}{OP} = \frac{T-x}{R} \quad , x = T - R \sin \varphi \quad , \text{pero,}$$

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} \quad , \text{esto es,}$$

$$x = R \tan \frac{\Delta}{2} - R \sin \varphi = R \left(\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi \right) \quad , \text{por lo tanto,}$$

$$\tan \alpha = \frac{R(1 - \cos \varphi)}{R \left(\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi \right)} = \frac{1 - \cos \varphi}{\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi}$$

Luego:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{1 - \cos \varphi}{\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi} \right) \quad (3-18)$$

Si $\arctan > 0$, entonces el ángulo α es del primer cuadrante.
Si $\arctan < 0$, entonces el ángulo α es del segundo cuadrante.

Ahora, en el triángulo rectángulo $A \cdot P \cdot PI$, se tiene:

$$(PI \cdot P)^2 = (A \cdot PI)^2 + (AP)^2, \text{ esto es,}$$

$$PI \cdot P = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{R^2 \left(\tan \frac{\Delta}{2} - \operatorname{sen} \varphi \right)^2 + R^2 (1 - \cos \varphi)^2}$$

Luego:

$$PI \cdot P = R \sqrt{\left(\tan \frac{\Delta}{2} - \operatorname{sen} \varphi \right)^2 + (1 - \cos \varphi)^2} \quad (3-19)$$

Por consiguiente, el procedimiento general para calcular y localizar el punto P sobre la curva, consiste en darse un ángulo φ , ($\varphi \leq \Delta$), para el cual con el radio R y el ángulo Δ , se calcula el ángulo α y la distancia $PI \cdot P$, con las ecuaciones (3-18) y (3-19) respectivamente.

Estacionados en el PI y con ceros en la dirección del PC se defleca el ángulo α y en la dirección de esta visual se mide la distancia $PI \cdot P$, obteniéndose así el punto P sobre la curva.

Un método particular, consiste en hacer coincidir los puntos sobre la curva con las subcuerdas y cuerdas unidad del método de las deflexiones desde el PC . En este caso, el ángulo φ es igual a 2δ , donde δ es la deflexión correspondiente al punto P desde el PC por el sistema subcuerdas y cuerdas.

2.3 CURVAS CIRCULARES COMPUESTAS.

Las curvas circulares compuestas son aquellas que están formadas por dos o más curvas circulares simples.

A pesar de que no son muy comunes, se pueden emplear en terrenos montañosos, cuando se quiere que la carretera quede lo más ajustada posible a la forma del terreno o topografía natural, lo cual reduce el movimiento de tierras. También se pueden utilizar cuando existen limitaciones de libertad en el diseño, como por ejemplo, en los accesos a puentes, en los pasos a desnivel y en las intersecciones.

2.3.1 Curvas circulares compuestas de dos radios.

En la Figura 2.47 aparecen los diferentes elementos geométricos de una curva circular compuesta de dos radios, definidos como:

- PI = Punto de intersección de las tangentes.
 PC = Principio de la curva compuesta.
 PT = Fin de la curva compuesta o principio de tangente.
 PCC = Punto común de curvas o punto de curvatura compuesta. Punto donde termina la primera curva circular simple y empieza la segunda.
 $R1$ = Radio de la curva de menor curvatura o mayor radio.
 $R2$ = Radio de la curva de mayor curvatura o menor radio.
 $O1$ = Centro de la curva de mayor radio.
 $O2$ = Centro de la curva de menor radio.
 Δ = Ángulo de deflexión principal.
 Δ_1 = Ángulo de deflexión principal de la curva de mayor radio.
 Δ_2 = Ángulo de deflexión principal de la curva de menor radio.
 $T1$ = Tangente de la curva de mayor radio.
 $T2$ = Tangente de la curva de menor radio.
 TL = Tangente larga de la curva circular compuesta.
 TC = Tangente corta de la curva circular compuesta.

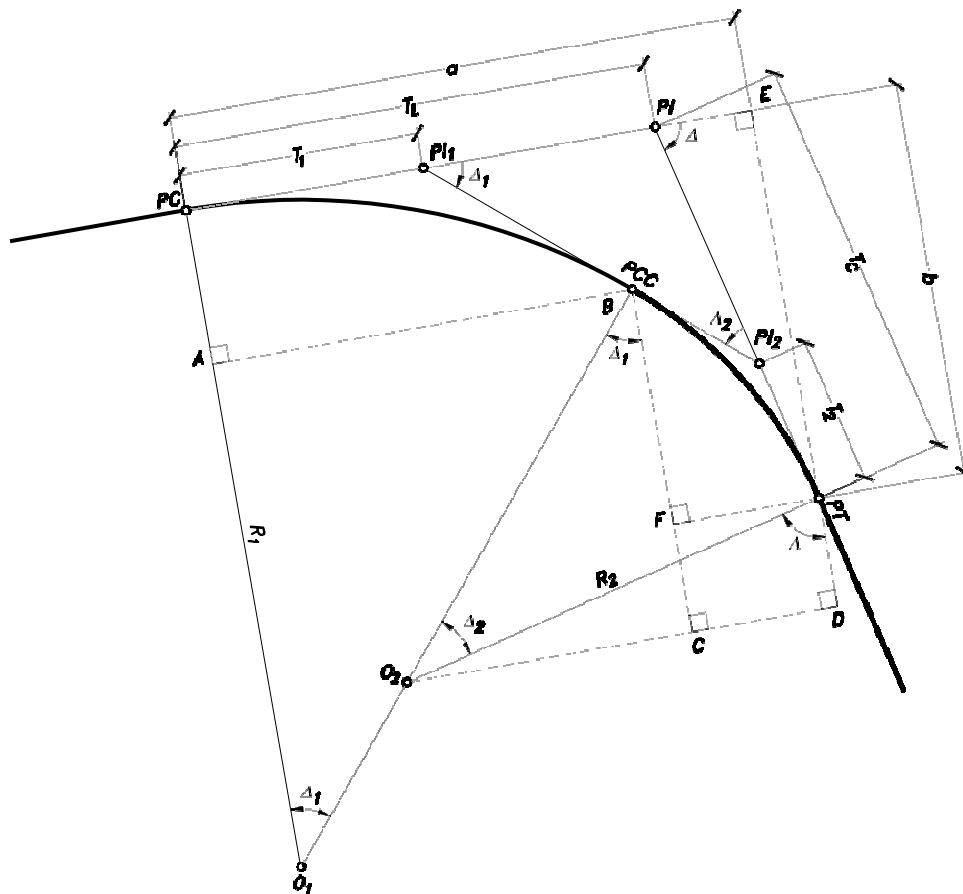


Figura 2.47 Curva circular compuesta de dos radios

Los elementos geométricos que caracterizan cada curva circular simple se calculan en forma independiente en cada una de ellas, utilizando las expresiones para curvas circulares simples, deducidas anteriormente.

Para la curva compuesta es necesario calcular la tangente larga T_L y la tangente corta T_C , así:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 \quad (3-20)$$

$$T_L = PC \cdot E - PI \cdot E$$

$$PC \cdot E = a = AB + CD = AB + (O_2D - O_2C)$$

En el triángulo rectángulo ABO_1 :

$$AB = O_1B \operatorname{sen} \Delta_1 = R_1 \operatorname{sen} \Delta_1$$

En el triángulo rectángulo $O_2D \cdot PT$:

$$O_2D = O_2 \cdot PT \operatorname{sen} \Delta = R_2 \operatorname{sen} \Delta$$

En el triángulo rectángulo O_2CB :

$$O_2C = O_2B \operatorname{sen} \Delta_1 = R_2 \operatorname{sen} \Delta_1$$

En el triángulo rectángulo $PI \cdot E \cdot PT$:

$$PI \cdot E = PI \cdot PT \cos \Delta = T_C \cos \Delta$$

Por lo tanto,

$$T_L = AB + O_2D - O_2C - PI \cdot E$$

$$T_L = R_1 \operatorname{sen} \Delta_1 + R_2 \operatorname{sen} \Delta - R_2 \operatorname{sen} \Delta_1 - T_C \cos \Delta$$

$$T_L = R_2 \operatorname{sen} \Delta + (R_1 - R_2) \operatorname{sen} \Delta_1 - T_C \cos \Delta$$

En el triángulo rectángulo $PI \cdot E \cdot PT$:

$$\operatorname{sen} \Delta = \frac{E \cdot PT}{PI \cdot PT} = \frac{b}{T_C}, \quad T_C = \frac{b}{\operatorname{sen} \Delta}$$

$$b = PC \cdot A + BF$$

$$PC \cdot A = PC \cdot O_1 - AO_1 = R_1 - AO_1$$

$$BF = BC - PT \cdot D$$

En el triángulo rectángulo ABO_1 :

$$AO_1 = O_1B \cos \Delta_1 = R_1 \cos \Delta_1$$

En el triángulo rectángulo $O_2D \cdot PT$:

$$PT \cdot D = O_2 \cdot PT \cos \Delta = R_2 \cos \Delta$$

Entonces:

$$b = R_1 - AO_1 + BC - PT \cdot D = R_1 - (R_1 \cos \Delta_1) + R_2 \cos \Delta_1 - R_2 \cos \Delta$$

$$b = R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1$$

Luego:

$$T_C = \frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin \Delta} \quad (3-21)$$

Igualmente:

$$T_L = R_2 \sin \Delta + (R_1 - R_2) \sin \Delta_1 - \left[\frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin \Delta} \right] \cos \Delta$$

$$T_L = \frac{R_2 \sin^2 \Delta + (R_1 - R_2) \sin \Delta \sin \Delta_1}{\sin \Delta} + \frac{-R_1 \cos \Delta + R_2 \cos^2 \Delta + (R_1 - R_2) \cos \Delta \cos \Delta_1}{\sin \Delta}$$

$$T_L = \frac{R_2 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2}{\sin \Delta} \quad (3-22)$$

2.3.2 Curvas circulares compuestas de tres radios.

La Figura 2.51 muestra una curva compuesta de tres radios de longitudes diferentes tal que $R_1 > R_2 > R_3$ y de ángulos de deflexión principal Δ_1 , Δ_2 y Δ_3 respectivamente. Los puntos H y D son los puntos comunes a cada par de curvas circulares, o sea, los dos PCC de la curva compuesta. Para el cálculo y localización de la curva circular compuesta es necesario determinar la tangente larga TL y la tangente corta TC , así:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

$$T_L = a - PI \cdot G, \text{ donde,}$$

$$a = AB + CD + EF$$

$$AB = AH - BH$$

$$EF = O_3F - O_3E, \text{ entonces,}$$

$$T_L = AB + CD + EF - PI \cdot G$$

$$T_L = AH - BH + CD + O_3F - O_3E - PI \cdot G \quad [1]$$

Los segmentos AH , BH , CD , O_3F , O_3E y $PI \cdot G$ se determinan en los siguientes triángulos rectángulos:

Triángulo O_1AH	$\Rightarrow AH = O_1H \operatorname{sen} \Delta_1 = R_1 \operatorname{sen} \Delta_1$
Triángulo O_2BH	$\Rightarrow BH = O_2H \operatorname{sen} \Delta_1 = R_2 \operatorname{sen} \Delta_1$
Triángulo O_2CD	$\Rightarrow CD = O_2D \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) = R_2 \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2)$
Triángulo $O_3F \cdot PT$	$\Rightarrow O_3F = O_3 \cdot PT \operatorname{sen} \Delta = R_3 \operatorname{sen} \Delta$
Triángulo O_3ED	$\Rightarrow O_3E = O_3D \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) = R_3 \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2)$
Triángulo $PI \cdot G \cdot PT$	$\Rightarrow PI \cdot G = PI \cdot PT \cos \Delta = T_C \cos \Delta$

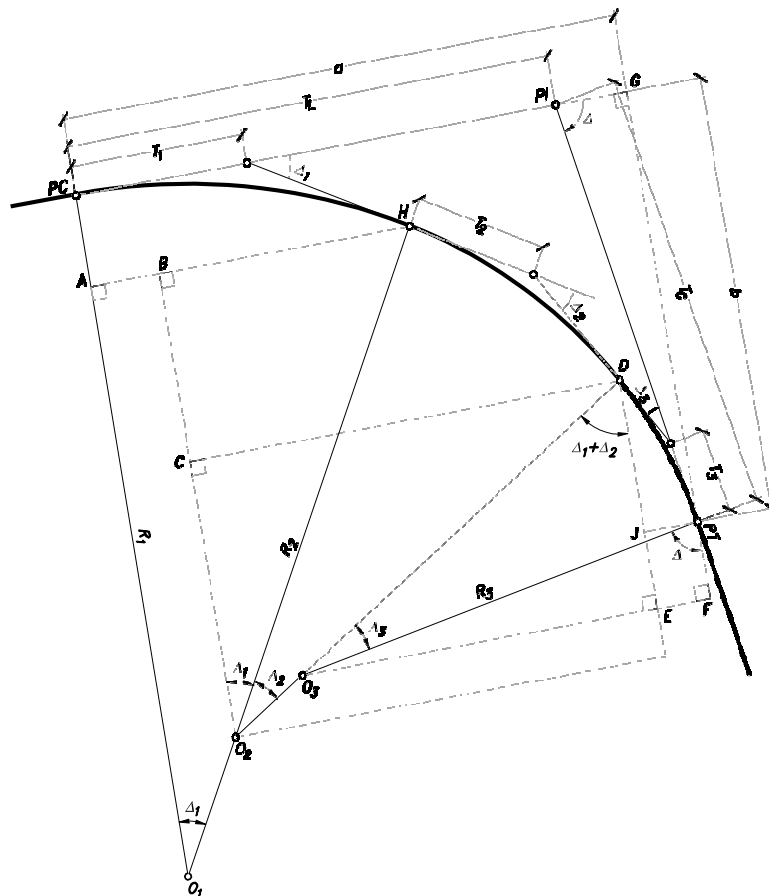


Figura 2.51 Elementos de una curva circular compuesta de tres radios

Por lo tanto, en [1]:

$$T_L = R_1 \operatorname{sen} \Delta_1 - R_2 \operatorname{sen} \Delta_1 + R_2 \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \operatorname{sen} \Delta - R_3 \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) - T_C \cos \Delta$$

$$T_L = (R_1 - R_2) \operatorname{sen} \Delta_1 + (R_2 - R_3) \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \operatorname{sen} \Delta - T_C \cos \Delta \quad [2]$$

La tangente corta T_C , en el triángulo rectángulo $PI \cdot G \cdot PT$, es:

$$\operatorname{sen} \Delta = \frac{G \cdot PT}{PI \cdot PT} = \frac{b}{T_C}, T_C = \frac{b}{\operatorname{sen} \Delta}, \text{ donde,}$$

$$b = PC \cdot A + BC + DJ$$

$$PC \cdot A = PC \cdot O_1 - AO_1 = R_1 - AO_1$$

$$BC = BO_2 - CO_2$$

$$DJ = DE - JE = DE - PT \cdot F$$

$$T_C = \frac{PC \cdot A + BC + DJ}{\operatorname{sen} \Delta} = \frac{R_1 - AO_1 + BO_2 - CO_2 + DE - PT \cdot F}{\operatorname{sen} \Delta} \quad [3]$$

Los segmentos AO_1 , BO_2 , CO_2 , DE y $PT \cdot F$ se determinan en los siguientes triángulos rectángulos:

$$\begin{aligned} \text{Triángulo } O_1AH &\Rightarrow AO_1 = O_1H \cos \Delta_1 = R_1 \cos \Delta_1 \\ \text{Triángulo } O_2BH &\Rightarrow BO_2 = O_2H \cos \Delta_1 = R_2 \cos \Delta_1 \\ \text{Triángulo } O_2CD &\Rightarrow CO_2 = O_2D \cos(\Delta_1 + \Delta_2) = R_2 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) \\ \text{Triángulo } O_3ED &\Rightarrow DE = O_3D \cos(\Delta_1 + \Delta_2) = R_3 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) \\ \text{Triángulo } O_3F \cdot PT &\Rightarrow PT \cdot F = O_3 \cdot PT \cos \Delta = R_3 \cos \Delta \end{aligned}$$

Por lo tanto, en [3]:

$$T_C = \frac{R_1 - (R_1 \cos \Delta_1) + R_2 \cos \Delta_1 - R_2 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) - R_3 \cos \Delta}{\operatorname{sen} \Delta}$$

Luego:

$$T_C = \frac{R_1 - (R_3 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2)}{\operatorname{sen} \Delta} \quad (3-23)$$

La tangente larga T_L se obtiene reemplazando la ecuación (3-23) en [2]:

$$T_L = (R_1 - R_2) \operatorname{sen} \Delta_1 + (R_2 - R_3) \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \operatorname{sen} \Delta - \left[\frac{R_1 - (R_3 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2)}{\operatorname{sen} \Delta} \right] (\cos \Delta)$$

$$T_L = \frac{(R_1 - R_2) \sin \Delta \sin \Delta_1 + (R_2 - R_3) \sin \Delta \sin(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \sin^2 \Delta - R_1 \cos \Delta}{\sin \Delta} +$$

$$\frac{R_3 \cos^2 \Delta + (R_1 - R_2) \cos \Delta \cos \Delta_1 + (R_2 - R_3) \cos \Delta \cos(\Delta_1 + \Delta_2)}{\sin \Delta}$$

$$T_L = \frac{R_3 (\sin^2 \Delta + \cos^2 \Delta) - R_1 \cos \Delta + (R_1 - R_2) (\sin \Delta \sin \Delta_1 + \cos \Delta \cos \Delta_1)}{\sin \Delta} +$$

$$\frac{(R_2 - R_3) [\sin \Delta \sin(\Delta_1 + \Delta_2) + \cos \Delta \cos(\Delta_1 + \Delta_2)]}{\sin \Delta}$$

$$T_L = \frac{R_3 (1) - R_1 \cos \Delta + (R_1 - R_2) \cos(\Delta - \Delta_1) + (R_2 - R_3) \cos[\Delta - (\Delta_1 + \Delta_2)]}{\sin \Delta}$$

Pero, $\Delta - \Delta_1 = \Delta_2 + \Delta_3$ y $\Delta - (\Delta_1 + \Delta_2) = \Delta_3$

Luego:

$$T_L = \frac{R_3 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos(\Delta_2 + \Delta_3) + (R_2 - R_3) \cos \Delta_3}{\sin \Delta} \quad (3-24)$$

Las expresiones anteriores para TC y TL sólo son válidas bajo la condición de que $R_1 > R_2 > R_3$, en ese orden.

Sin embargo, un *caso más general* es aquel en el cual *siempre* el radio de la primera curva es R_1 , el de la segunda R_2 y el de la tercera R_3 , cualquiera sean sus longitudes; como por ejemplo, el mostrado en la Figura 2.52. En esta situación, es más conveniente denominar las tangentes de la curva compuesta como tangente de entrada TE o del lado del PC y tangente de salida TS o del lado del PT . Dichas tangentes se calculan así:

$$T_E = T_1 + x, \text{ donde,}$$

$$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{T_1 + T_2 + y}{\sin \beta}, \text{ esto es,}$$

$$T_E = T_1 + \frac{(T_1 + T_2 + y) \sin \alpha}{\sin \beta}, \text{ pero,}$$

$$\frac{y}{\sin \Delta_3} = \frac{T_2 + T_3}{\sin \rho}$$

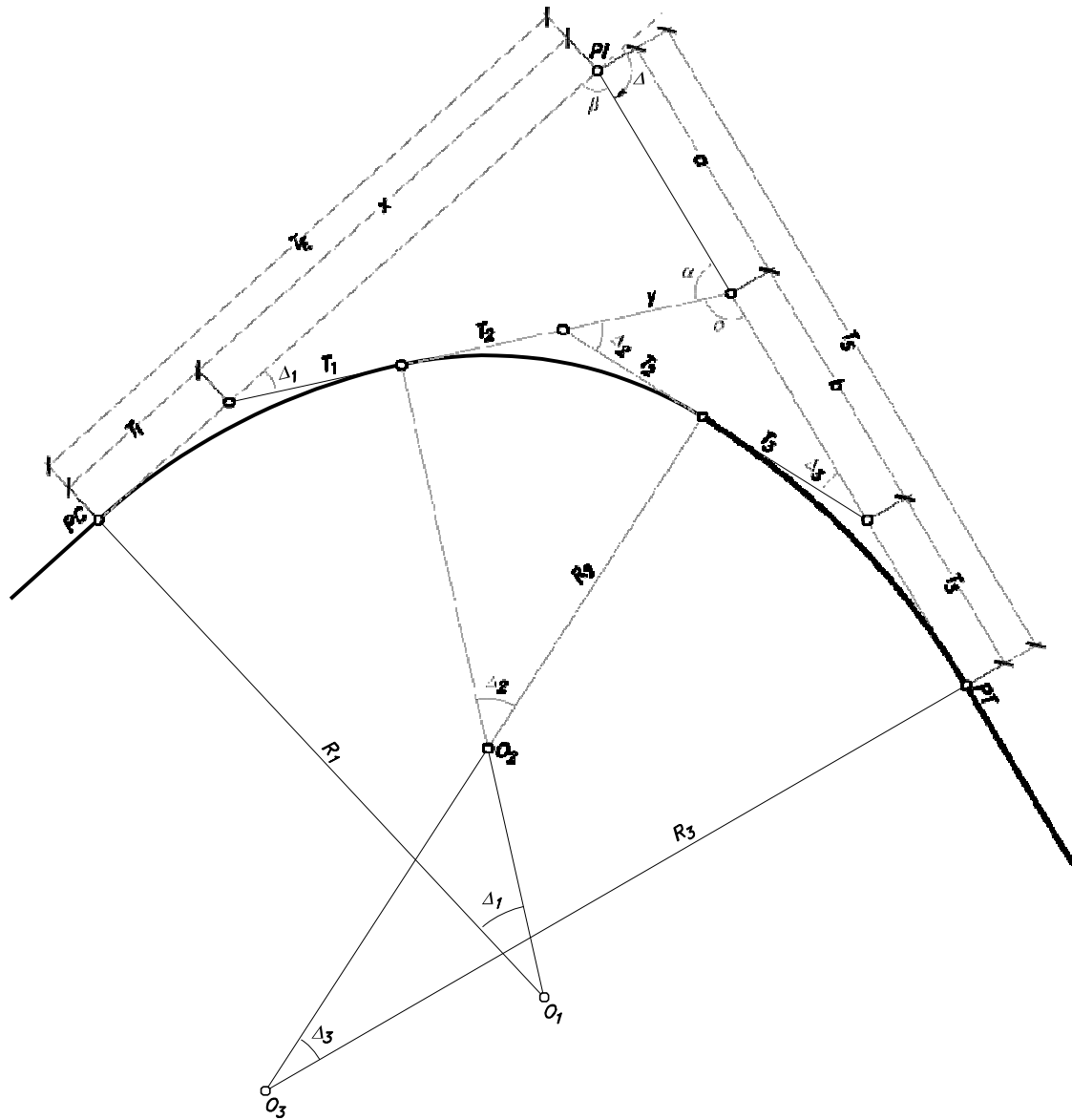


Figura 2.52 Caso general de una curva circular compuesta de tres radios

$$T_E = T_1 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \operatorname{sen} \Delta_3}{\operatorname{sen} \rho} \right] \left(\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \right)$$

$$\rho = 180^\circ - (\Delta_2 + \Delta_3) \quad , \operatorname{sen} \rho = \operatorname{sen} [180^\circ - (\Delta_2 + \Delta_3)] = \operatorname{sen} (\Delta_2 + \Delta_3)$$

$$\alpha = (\Delta_2 + \Delta_3) \quad , \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} (\Delta_2 + \Delta_3)$$

$$\beta = 180^\circ - \Delta, \quad \text{sen } \beta = \text{sen}(180^\circ - \Delta) = \text{sen } \Delta$$

Por lo tanto:

$$T_E = T_1 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left[\frac{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)}{\text{sen } \Delta} \right] \quad (3-25)$$

Para la tangente de salida se tiene:

$$T_S = T_3 + a + b, \quad \text{donde,}$$

$$\frac{a}{\text{sen } \Delta_1} = \frac{T_1 + T_2 + y}{\text{sen } \beta} = \frac{T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen } \rho}}{\text{sen } \beta}$$

$$a = \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left(\frac{\text{sen } \Delta_1}{\text{sen } \Delta} \right)$$

$$\frac{b}{\text{sen } \Delta_2} = \frac{T_2 + T_3}{\text{sen } \rho}, \quad b = \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_2}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)}$$

Por lo tanto:

$$T_S = T_3 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left(\frac{\text{sen } \Delta_1}{\text{sen } \Delta} \right) + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_2}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \quad (3-26)$$

Los valores de las tangentes simples T_1 , T_2 y T_3 se calculan en cada curva como:

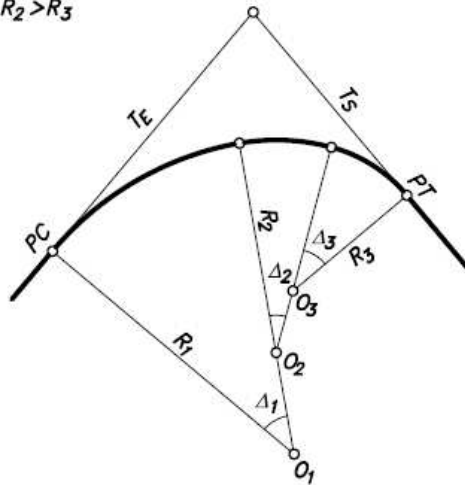
$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2}$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2}$$

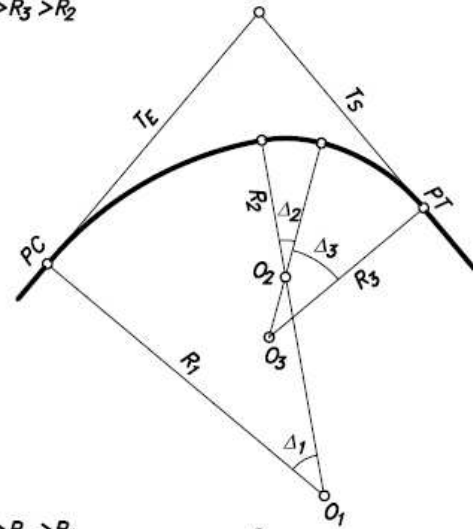
$$T_3 = R_3 \tan \frac{\Delta_3}{2}$$

Dependiendo del valor de las longitudes de los radios R_1 , R_2 y R_3 , en la Figura 2.53 se presentan las seis posibles configuraciones.

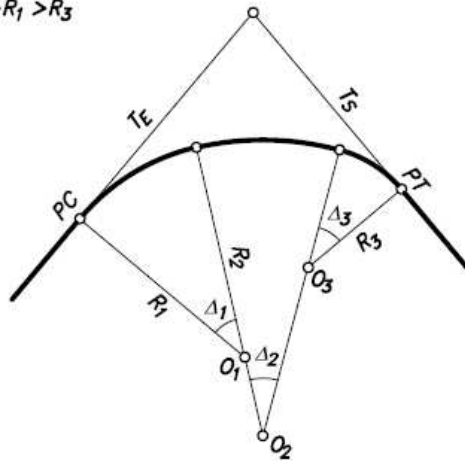
1. $R_1 > R_2 > R_3$



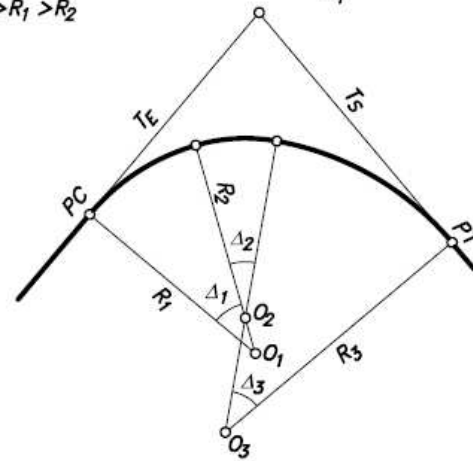
2. $R_1 > R_3 > R_2$



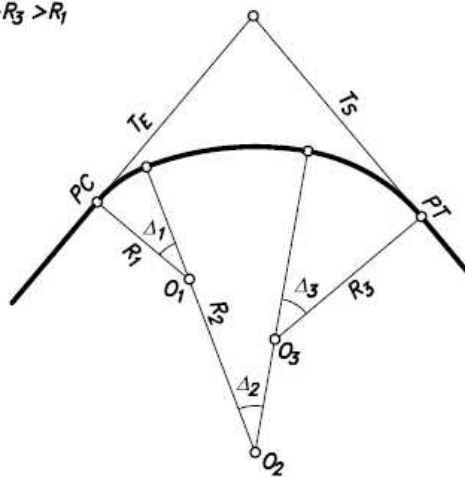
3. $R_2 > R_1 > R_3$



4. $R_3 > R_1 > R_2$



5. $R_2 > R_3 > R_1$



6. $R_3 > R_2 > R_1$

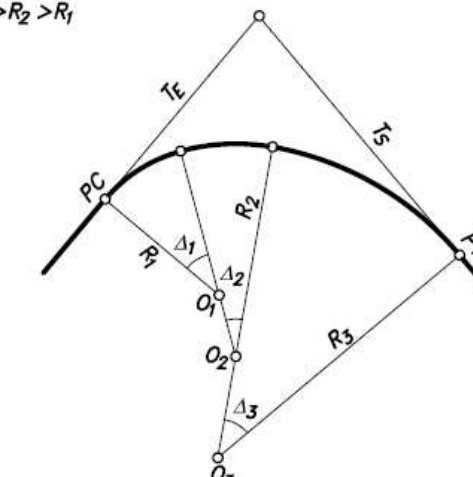


Figura 2.53 Casos de curvas circulares compuestas de tres radios

3.5 CURVAS ESPIRALES DE TRANSICIÓN.

3.5.1 Generalidades

Como se estableció anteriormente, el *alineamiento en planta* de una vía consiste en el desarrollo geométrico de la proyección de su eje sobre un plano horizontal. Dicho alineamiento está formado por tramos rectos (tangentes) enlazados con curvas (circulares simples, circulares compuestas y espirales de transición).

Tradicionalmente en nuestro medio se ha utilizado y se seguirá utilizando en muchos proyectos, el trazado convencional donde sólo se emplean tramos rectos empalmados con arcos circulares simples. En estos diseños, la *curvatura* pasa bruscamente de *cero* en la recta a un valor *constante* $1/R$ en la curva circular de radio R , tal como se muestra en la Figura 2.75.

Eventualmente, también en los trazados, se empalman los tramos rectos con curvas circulares compuestas de dos o más radios. En la Figura 2.76 se muestran dos casos muy comunes de curvas compuestas, como lo son las de dos y tres radios respectivamente.

Pero la experiencia demuestra que los conductores, sobre todo aquellos que circulan por el carril exterior, por comodidad tienden a cortar la curva circular, como se aprecia en la Figura 2.77.

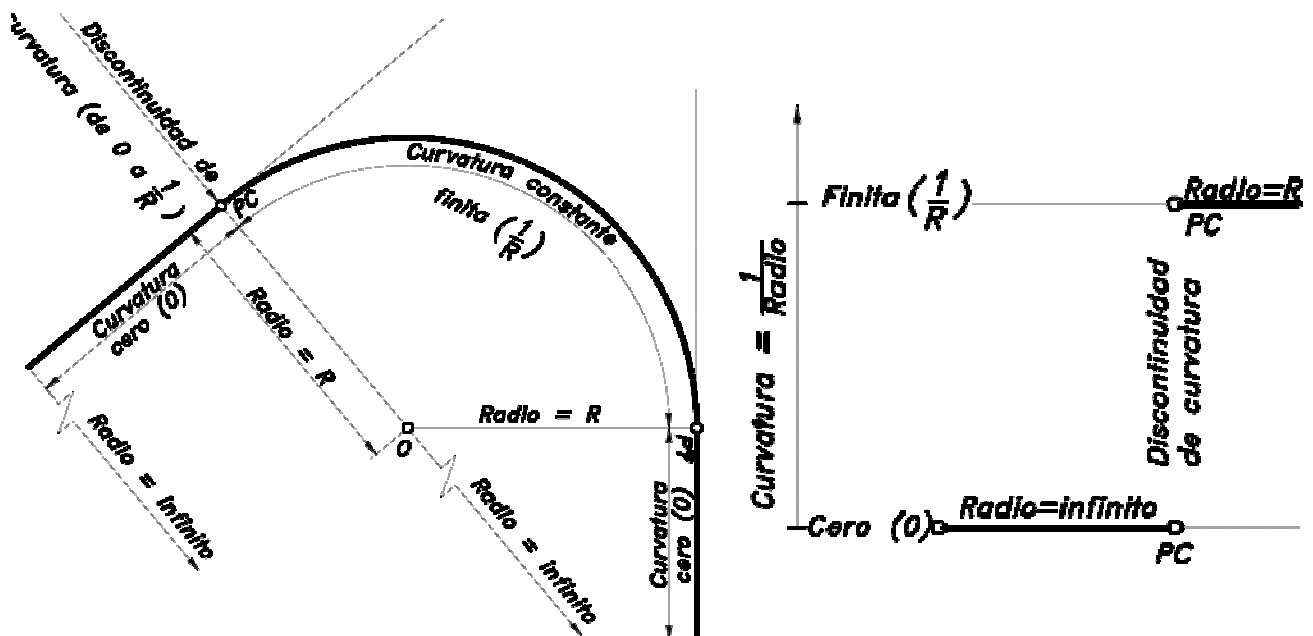


Figura 2.75 Curvatura en el enlace de tramos rectos con una curva circular simple.

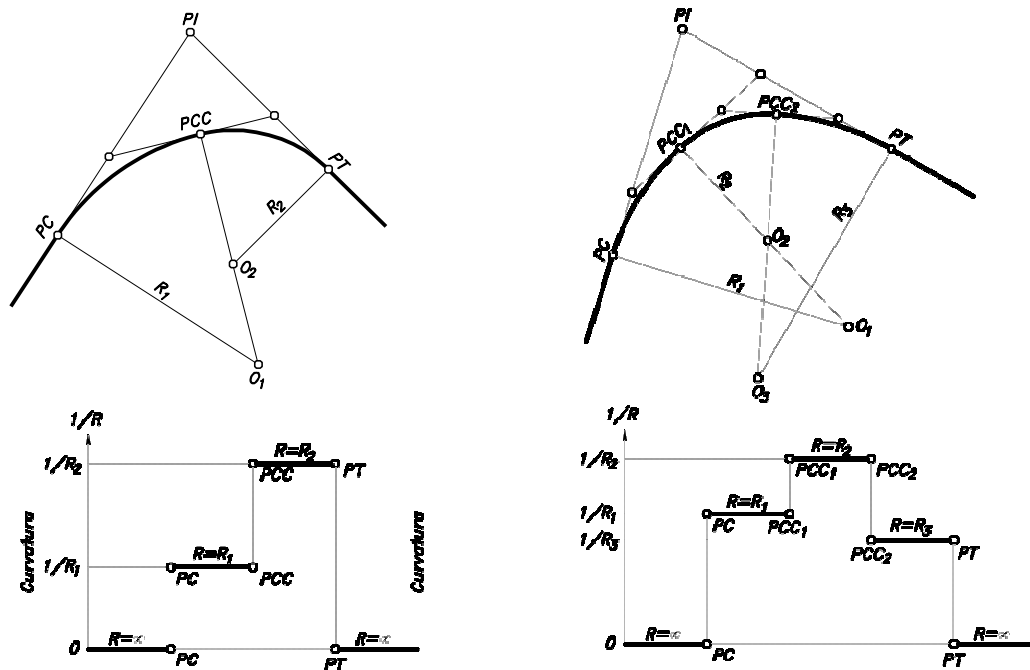


Figura 2.76 Curvatura en el enlace de tramos rectos con curvas circulares compuestas.

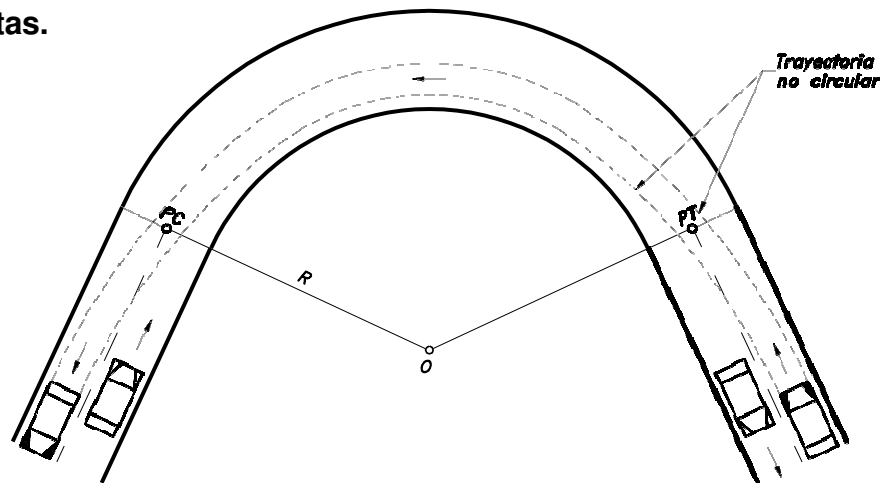


Figura 2.77 Trayectoria de los vehículos en una curva circular.

Los vehículos describen trayectorias no circulares e invaden el carril del sentido opuesto, en carreteras de dos carriles dos sentidos, con el consiguiente peligro potencial de accidentes. Realmente, estas trayectorias no circulares se generan debido a que los vehículos al entrar en la curva circular experimentan la fuerza centrífuga que tiende a desviarlos de su carril de circulación, por lo que sus conductores instintivamente maniobran sus vehículos tratando de evitar la incomodidad y contrarrestando la fuerza centrífuga, a través de la ocupación del carril de la dirección contraria, lo cual como es lógico representa peligro de choque con otro vehículo, especialmente en condiciones de poca visibilidad y en

presencia de curvas de radios pequeños.

Lo anterior sugiere que cuando un vehículo pase de un tramo en recta a otro en curva circular, requiere hacerlo en forma gradual, en lo que respecta al cambio de dirección, al cambio de inclinación transversal y a la ampliación necesaria de la calzada.

Por estas razones, se hace necesario emplear una *curva de transición* entre el tramo en recta y la curva circular sin que la trayectoria del vehículo experimente cambios bruscos, pasando paulatinamente del radio infinito de la alineación recta (curvatura cero) al radio constante de la alineación circular (curvatura finita), al mismo tiempo que la inclinación de la calzada cambie gradualmente del bombeo en la recta al peralte en la curva circular.

Esta configuración geométrica, curva de transición de entrada-curva circular central-curva de transición de salida, aparece esquematizada en la Figura 2.78.

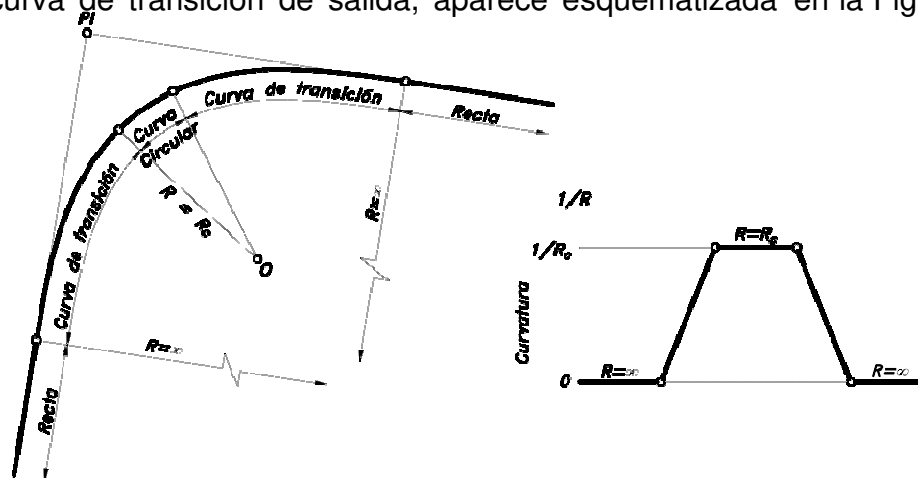


Figura 2.78 Curvatura en enlace de tramos rectos con una curva circular con curvas de transición

2.5.2 La espiral de Euler o Clotoide como curva de transición.

Se sabe que un vehículo que se mueva a una velocidad uniforme V sobre una curva de transición de radio variable R , experimenta una aceleración radial o centrífuga a_c , cuyo valor es:

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

En la curva de transición, a_c varía de manera continua desde *cero* en la recta hasta V^2 / R_c en la curva circular de radio R_c . Esto es:

$$\text{En el tramo recto : } R \Rightarrow \infty, a_c = \frac{V^2}{\infty} \Rightarrow 0$$

$$\text{En la curva circular : } R = R_c, a_c = \frac{V^2}{R_c}$$

La curva de transición debe diseñarse tal que, tanto la variación de la curvatura (de *cero* a $1/R_c$), como la variación de la aceleración centrífuga (de *cero* a V / R_c) sean uniformes o constantes a lo largo del desarrollo de su longitud.

Para la Figura 2.79, representa la longitud total de la curva de transición y L la longitud acumulada de la curva de transición desde su origen hasta un punto cualquiera P de la curva donde el radio es R .

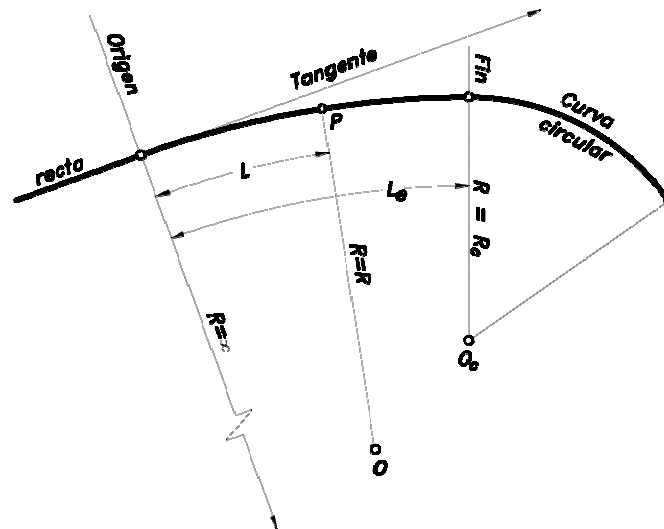


Figura 2.79 La curva de transición entre la recta y el arco circular

La variación de la aceleración centrífuga a_c por unidad de longitud L_e es:

$$\frac{a_c}{L_e} = \frac{R_c}{L_e} = \left(\frac{V^2}{R_c L_e} \right) \frac{m / \text{seg}^2}{m}$$

En el punto P , la aceleración centrífuga a_c valdrá:

$$a_c = \left(\frac{V^2}{R_c L_e} \right) L = \frac{V^2}{R} \quad , \text{ de donde,}$$

$$R L = R_c L_e$$

Pero, el producto de R_c por L_e puede hacerse igual a K^2 , esto es:

$$R_c L_e = K^2$$

Donde K es una magnitud *constante*, puesto que también lo son R_c y L_e .
De esta manera:

$$R L = K^2$$

La anterior expresión es la ecuación de la *Clotoide* o *Espiral de Euler*, la cual indica que el radio de curvatura R es inversamente proporcional a la longitud L recorrida a lo largo de la curva a partir de su origen.

De igual manera dice que, para cualquier punto P sobre la curva, el producto del radio de curvatura R por su longitud L desde el origen hasta ese punto es igual a una constante K^2 .

A la constante K se le llama *parámetro de la espiral*, puesto que para una misma Clotoide siempre es constante.

Así por ejemplo, para una Clotoide de parámetro $K=8$, en la Tabla 2.20 se muestran los seis puntos correspondientes a la curva esquematizada en la Figura 2.80.

Tabla 2.20 Clotoide de parámetro $K=8$

PUNTO	R	L	$(R)(L)=(K)(K)^2$	K
1	64	1	$(64)(1) = 64 = 8^2$	8
2	32	2	$(32)(2) = 64 = 8^2$	8
3	16	4	$(16)(4) = 64 = 8^2$	8
4	8	8	$(8)(8) = 64 = 8^2$	8
5	4	16	$(4)(16) = 64 = 8^2$	8
6	2	32	$(2)(32) = 64 = 8^2$	8

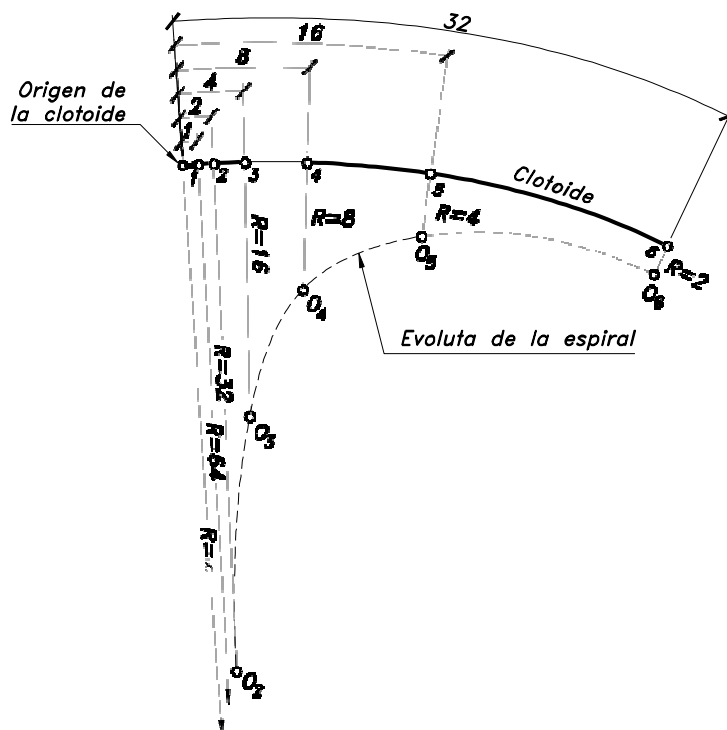


Figura 2.80 Clotoide de parámetro $K=8$

2.5.3 Ecuaciones de la Clotoide o espiral de transición

Despejando R de la ecuación (3-40), se tiene para la Clotoide:

$$R = \frac{K^2}{L}$$

Esta expresión dice que los radios de curvatura R de cada uno de sus puntos son inversamente proporcionales a los desarrollos de sus respectivos arcos L , donde K^2 es la constante de proporcionalidad. Esta característica hace que la Clotoide sea la curva más apropiada para efectuar transiciones desde radios infinitos ($R=\infty$) en la tangente hasta radios finitos ($R=R_c$) en la curva circular.

En la Figura 2.81 se muestran algunos de los elementos que definen geoméricamente la Clotoide o espiral, tales como:

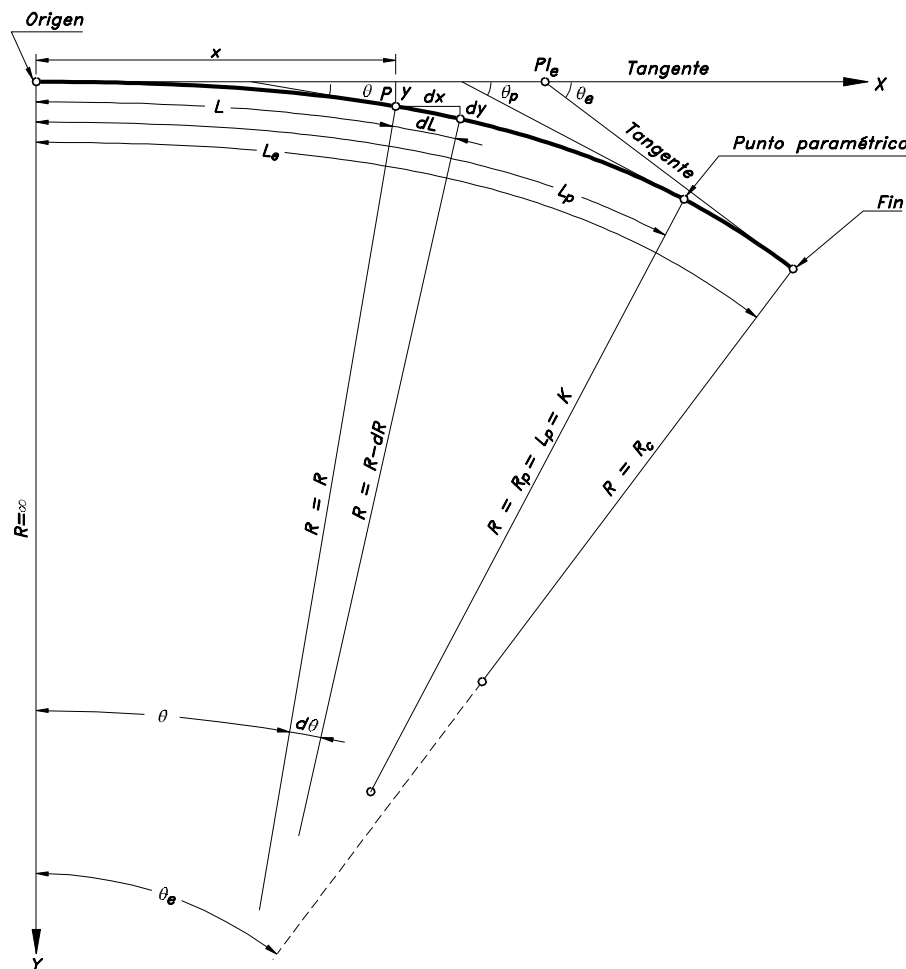


Figura 2.81 Elementos de la Clotoide o espiral

x, y = Coordenadas cartesianas de un punto cualquiera P de la espiral, referidas al sistema de ejes X e Y .
 θ = Ángulo correspondiente a P .
 θ_e = Ángulo de la espiral.
 θ_p = Ángulo paramétrico.
 R_c = Radio de la curva circular simple.
 dL = Elemento diferencial de arco.
 $d\theta$ = Elemento diferencial de ángulo.

Los ángulos se forman entre la tangente en el origen y las tangentes en los respectivos puntos de la curva.

Para el punto P , se tiene:

$$dL = R d\theta$$

$$d\theta = \frac{1}{R} dL$$

Pero según la ecuación (3-40):

$$\frac{1}{R} = \frac{L}{K^2}, \text{ por lo tanto,}$$

$$d\theta = \frac{L}{K^2} dL = \frac{1}{K^2} L dL, \text{ integrando,}$$

$$\int d\theta = \frac{1}{K^2} \int L dL, \text{ de donde,}$$

$$\theta = \frac{L^2}{2K^2} = \frac{L^2}{2R_c L_e} \quad (3-41)$$

Pero, $K^2 = RL$

Entonces:

$$\theta = \frac{L^2}{2RL}, \text{ esto es,}$$

$$\theta = \frac{L}{2R} \quad (3-42)$$

En las expresiones anteriores el ángulo θ está expresado en radianes. Expresando a θ en grados sexagesimales, se tiene:

$$\theta = \left(\frac{L^2}{2K^2} \right) \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{K^2} \right) = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{R_c L_e} \right) \quad (3-43)$$

$$\theta = \left(\frac{L}{2R} \right) \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L}{R} \right) \quad (3-44)$$

El parámetro K de la espiral se obtiene haciendo $R=L$, por lo que:

$$K^2 = RL = R^2 = L^2, \text{ o lo que es lo mismo,}$$

$$K = R = L$$

Lo anterior quiere decir que el parámetro de la Clotoide es igual al radio de la Clotoide en aquel punto para el cual el radio y la longitud de la espiral desde el origen hasta él también son iguales. A este punto se le llama *punto paramétrico*, al cual le corresponde un ángulo entre las tangentes, según la ecuación (3-44), de:

$$\theta = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L}{L} \right) = 28^\circ 38' 52.4''$$

En la Figura 3.81 anterior, se observa que:

$$\cos \theta = \frac{dx}{dL}$$

$$\text{sen } \theta = \frac{dy}{dL}, \text{ esto es,}$$

$$dx = (\cos \theta) dL$$

$$dy = (\text{sen } \theta) dL$$

De donde, las coordenadas cartesianas (x, y) del punto P serán:

$$x = \int_0^L (\cos \theta) dL$$

$$y = \int_0^L (\text{sen } \theta) dL$$

El desarrollo en serie de $\cos \theta$ es:

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots$$

$$x = \int_0^L \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots \right) dL$$

Ahora, reemplazando el valor de θ dado según la ecuación (3-41), queda:

$$x = \int_0^L dL - \frac{1}{2!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^2 dL + \frac{1}{4!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^4 dL - \frac{1}{6!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^6 dL + \dots$$

$$x = \int_0^L dL - \frac{1}{2!} \int_0^L \frac{L^4}{(2K^2)^2} dL + \frac{1}{4!} \int_0^L \frac{L^8}{(2K^2)^4} dL - \frac{1}{6!} \int_0^L \frac{L^{12}}{(2K^2)^6} dL + \dots$$

$$x = L - \frac{1}{2!} \left(\frac{1}{5} \right) \left[\frac{L^5}{(2K^2)^2} \right] + \frac{1}{4!} \left(\frac{1}{9} \right) \left[\frac{L^9}{(2K^2)^4} \right] - \frac{1}{6!} \left(\frac{1}{13} \right) \left[\frac{L^{13}}{(2K^2)^6} \right] + \dots$$

$$x = L \left\{ 1 - \frac{1}{5(2!)} \left[\frac{L^4}{(2K^2)^2} \right] + \frac{1}{9(4!)} \left[\frac{L^8}{(2K^2)^4} \right] - \frac{1}{13(6!)} \left[\frac{L^{12}}{(2K^2)^6} \right] + \dots \right\}$$

$$x = L \left[1 - \frac{1}{10} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^4 - \frac{1}{9360} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^6 + \dots \right]$$

$$x = L \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right)$$

De la ecuación (3-41), se deduce que:

$$L = K\sqrt{2\theta}$$

Por lo tanto, x en función del parámetro K , queda como:

$$x = K \left[\sqrt{2\theta} \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right) \right]$$

De la misma manera, el desarrollo en serie de $\sin \theta$ es:

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

Por lo tanto, reemplazando en y :

$$y = \int_0^L \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \right) dL$$

$$\begin{aligned}
 y &= \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right) dL - \frac{1}{3!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^3 dL + \frac{1}{5!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^5 dL - \frac{1}{7!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^7 dL + \dots \\
 y &= \left(\frac{1}{2K^2} \right) \int_0^L L^2 dL - \frac{1}{3!} \left(\frac{1}{2K^2} \right)^3 \int_0^L L^6 dL + \frac{1}{5!} \left(\frac{1}{2K^2} \right)^5 \int_0^L L^{10} dL - \frac{1}{7!} \left(\frac{1}{2K^2} \right)^7 \int_0^L L^{14} dL + \dots \\
 y &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2K^2} \right) L^3 - \frac{1}{3!} \left(\frac{1}{7} \right) \left(\frac{1}{2K^2} \right)^3 L^7 + \frac{1}{5!} \left(\frac{1}{11} \right) \left(\frac{1}{2K^2} \right)^5 L^{11} - \frac{1}{7!} \left(\frac{1}{15} \right) \left(\frac{1}{2K^2} \right)^7 L^{15} + \dots \\
 y &= L \left[\frac{1}{3} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right) - \frac{1}{7(3!)} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^3 + \frac{1}{11(5!)} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^5 - \frac{1}{15(7!)} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^7 \right] + \dots \\
 y &= L \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right)
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el valor de y en función del parámetro K , es:

$$y = K \left[\sqrt{2\theta} \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right) \right]$$

Resumiendo, las *ecuaciones de la Clotoide*, referidas al sistema de coordenadas de ejes X e Y , pueden ser expresadas de las dos siguientes maneras:

Clotoide definida por su longitud L :

$$x = L \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right) \quad (3-45)$$

$$y = L \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right) \quad (3-46)$$

Clotoide definida por su parámetro K :

$$x = K \left[\sqrt{2\theta} \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right) \right] \quad (3-47)$$

$$y = K \left[\sqrt{2\theta} \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right) \right] \quad (3-48)$$

En las cuatro expresiones anteriores, el ángulo θ está expresado en radianes.

2.5.4 Elementos de enlace de una curva circular simple con espirales de transición Clotoides iguales.

Los dos alineamientos rectos o tangentes de entrada y salida se enlazan con una espiral de transición de entrada, una curva circular simple central y una espiral de transición de salida.

En este caso las espirales de transición de entrada y salida tienen igual longitud, resultando un enlace simétrico, lo cual es aconsejable desde el punto de vista del cálculo de los elementos geométricos de las curvas, lo mismo que desde el punto de vista de una operación vehicular gradual balanceada, que se traduce en seguridad para los usuarios. Al mismo tiempo, los vehículos cambian paulatinamente de dirección acorde con la curvatura, y la calzada se va inclinando transversalmente en forma uniforme siguiendo los peraltes y ampliaciones requeridas.

En la Figura 2.82 aparecen los elementos geométricos para el cálculo y trazado de una *curva de transición simétrica, Espiral-Circular- Espiral*, los cuales están referidos al sistema de coordenadas cartesianas de ejes X e Y .

Para una mejor comprensión del uso de la espiral, se supone que inicialmente se tiene una curva circular simple de radio R_c sin transiciones y que finalmente se quiere tener el arreglo Espiral- Circular-Espiral, conservando las tangentes y el radio R_c . Por lo tanto, es necesario desplazar (dislocar o retranquear) hacia adentro, la curva circular para poder intercalar las espirales de transición.

De esta manera, los elementos de las curvas son:

PI = Punto de intersección de las tangentes principales.

Ple = Punto de intersección de la espiral.

Plc = Punto de intersección de la curva circular con transiciones.

PC', PT' = Principios de curva y tangente de la curva circular primitiva.

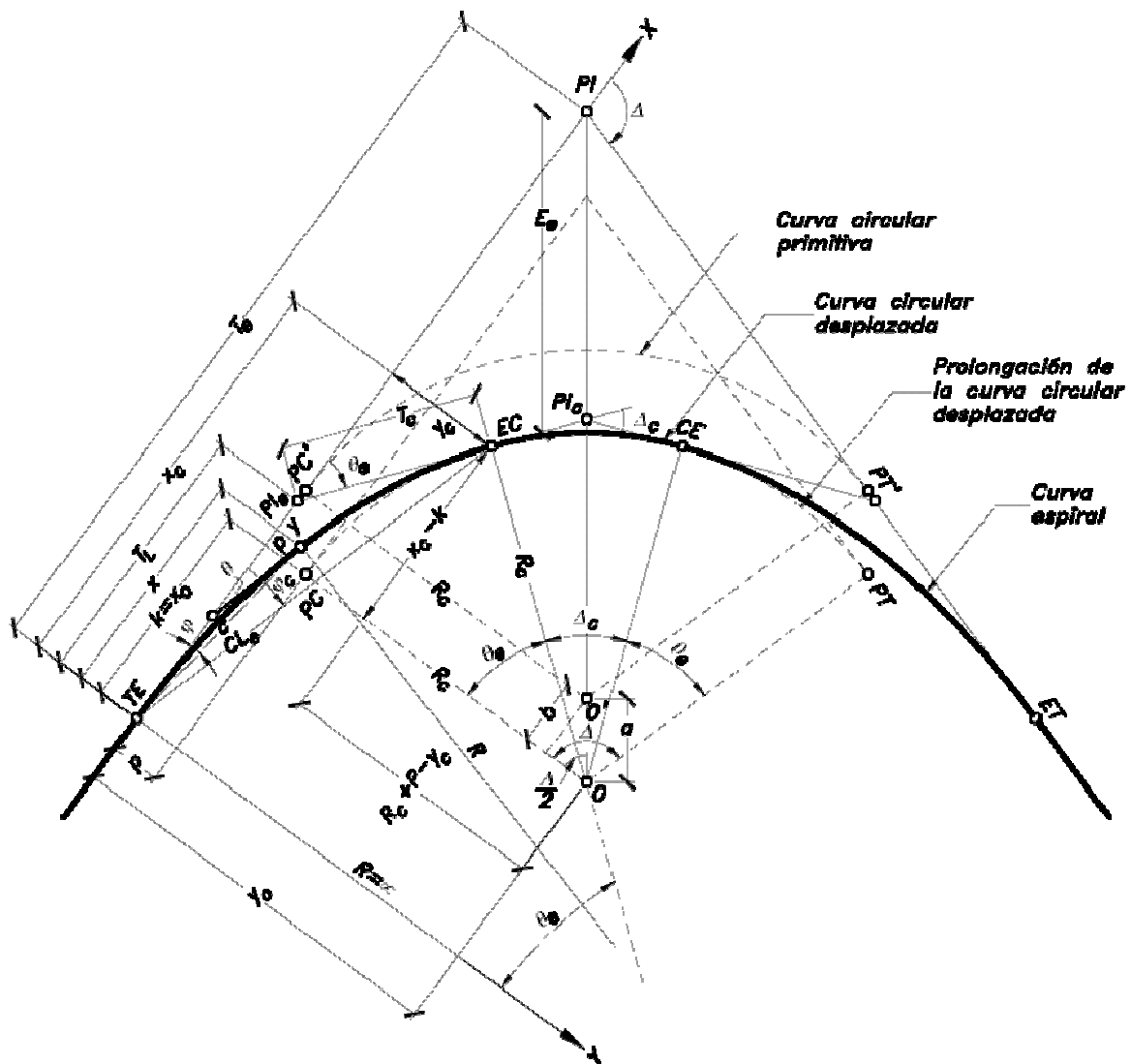


Figura 2.82 Elementos de la curva simétrica Espiral-Circular-Espiral

PC , PT = Principios de curva y tangente en la prolongación de la curva circular desplazada.

TE = Tangente-Espiral. Punto donde termina la tangente de entrada y empieza la espiral de entrada.

EC = Espiral-Circular. Punto donde termina la espiral de entrada y empieza la curva circular central.

CE = Circular-Espiral. Punto donde termina la curva circular central y empieza la espiral de salida.

ET = Espiral-Tangente. Punto donde termina la espiral de salida y empieza la tangente de salida.

- P = Punto cualquiera sobre el arco de espiral.
- O' = Centro de la curva circular primitiva (sin transiciones).
- O = Nuevo centro de la curva circular (con transiciones).
- Δ = Ángulo de deflexión entre las tangentes principales.
- θ_e = Ángulo de la espiral. Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la tangente en el EC .
- Δ_c = Ángulo central de la curva circular con transiciones.
- θ = Ángulo de deflexión principal del punto P . Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la tangente en el punto P .
- ϕ = Deflexión correspondiente al punto P . Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la cuerda c' .
- ϕ_c = Deflexión correspondiente al EC , o ángulo de la cuerda larga de la espiral.
- R = Radio de curvatura de la espiral en el punto P .
- R_c = Radio de la curva circular central.
- T_e = Tangente de la curva espiral-circular-espiral. Distancia desde el PI al TE y del PI al ET .
- TL = Tangente larga de la espiral.
- TC = Tangente corta de la espiral.
- c' = Cuerda de la espiral para el punto P .
- CLe = Cuerda larga de la espiral.
- Le = Longitud total de la espiral. Distancia desde el TE al EC .
- L = Longitud de la espiral, desde el TE hasta el punto P .
- p = Desplazamiento (disloque o retranqueo). Distancia entre la tangente a la prolongación de la curva circular desplazada al PC y la tangente a la curva espiralizada.
- K = Distancia a lo largo de la tangente, desde el TE hasta el PC desplazado.
- K = Distancia a lo largo de la tangente, desde el TE hasta el PC desplazado.
- a = Desplazamiento del centro. Distancia desde O' hasta O .
- b = Proyección de a sobre el eje X .
- Ee = Externa de la curva espiral-circular-espiral.
- x, y = Coordenadas cartesianas del punto P .
- x_c, y_c = Coordenadas cartesianas del EC .
- k, p = Coordenadas cartesianas del PC desplazado.
- x_o, y_o = Coordenadas cartesianas del centro de la curva circular con transiciones.

Para el cálculo de los diversos elementos del trazado espiralizado, es necesario partir de algunos datos conocidos, como lo son: el ángulo de deflexión entre las tangentes principales Δ ; el radio de la curva circular R_c según la velocidad de diseño, la jerarquía de la carretera y el tipo de terreno; y la longitud de la espiral Le , cuya longitud mínima se determinará más adelante.

Los diferentes elementos, de acuerdo con la Figura 2.82 anterior, se calculan como sigue:

Parámetro de la espiral: K

Despejando K de la ecuación (3-41):

$$K = \sqrt{R_c L_e} \quad (3-49)$$

Ángulo de deflexión principal de un punto P : θ

$$\theta = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{K^2} \right) = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{R_c L_e} \right) = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L}{R} \right) \quad (3-50)$$

También, para $\theta = \theta_e$: $L = L_e$, esto es,

$$\theta_e = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e^2}{K^2} \right)$$

Dividiendo a θ entre θ_e :

$$\frac{\theta}{\theta_e} = \frac{\frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{K^2} \right)}{\frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e^2}{K^2} \right)} = \frac{L^2}{L_e^2}, \text{ de donde,}$$

$$\theta = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \theta_e \quad (3-51)$$

Ángulo de deflexión de la espiral: θ_e

Según la ecuación (3-50), cuando $L = L_e$:

$$\theta_e = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e^2}{R_c L_e} \right), \text{ esto es,}$$

$$\theta_e = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e}{R_c} \right) \quad (3-52)$$

Ángulo central de la curva circular: Δ_c

$$\Delta_c = \Delta - 2\theta_e \quad (3-53)$$

Coordenadas cartesianas del: $EC (x_c, y_c)$

En las ecuaciones (3-45) y (3-46), al reemplazar a L por L_e y a θ por θ_e , quedan las coordenadas en función de la *longitud* L_e de la espiral y del *ángulo* θ_e de deflexión de la espiral, así:

$$x_c = L_e \left(1 - \frac{\theta_e^2}{10} + \frac{\theta_e^4}{216} - \frac{\theta_e^6}{9360} + \dots \right) \quad (3-54)$$

$$y_c = L_e \left(\frac{\theta_e}{3} - \frac{\theta_e^3}{42} + \frac{\theta_e^5}{1320} - \frac{\theta_e^7}{75600} + \dots \right) \quad (3-55)$$

En las ecuaciones (3-47) y (3-48), al reemplazar a θ por θ_e , quedan las coordenadas en función de *parámetro* K de la espiral, así:

$$x_c = K \left[\sqrt{2\theta_e} \left(1 - \frac{\theta_e^2}{10} + \frac{\theta_e^4}{216} - \frac{\theta_e^6}{9360} + \dots \right) \right] \quad (3-56)$$

$$y_c = K \left[\sqrt{2\theta_e} \left(\frac{\theta_e}{3} - \frac{\theta_e^3}{42} + \frac{\theta_e^5}{1320} - \frac{\theta_e^7}{75600} + \dots \right) \right] \quad (3-57)$$

Coordenadas cartesianas del PC desplazado: (k, p)

$$\cos \theta_e = \frac{R_c + p - y_c}{R_c} \quad , \text{ de donde,}$$

$$p = \text{disloque} = y_c - [R_c(1 - \cos \theta_e)] \quad (3-58)$$

$$\sin \theta_e = \frac{x_c - k}{R_c} \quad , \text{ de donde,}$$

$$k = x_c - (R_c \sin \theta_e) \quad . \quad (3-59)$$

Tangente de la curva espiral-circular-espiral: T_e

$$T_e = k + (R_c + p) \tan \frac{\Delta}{2} \quad (3-60)$$

Externa de la curva espiral-circular-espiral: E_e

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{R_c + p}{R_c + E_e}, \text{ de donde,}$$

$$E_e = (R_c + p) \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} \right) - R_c \quad (3-61)$$

Tangentes larga y corta de la espiral: T_L, T_C

$$T_L = x_c - \frac{y_c}{\tan \theta_e} \quad (3-62)$$

$$T_C = \frac{y_c}{\sen \theta_e} \quad (3-63)$$

Coordenadas cartesianas del centro de la curva circular con transiciones: (x_o, y_o)

$$x_o = k = x_c - (R_c \sen \theta_e) \quad (3-64)$$

$$y_o = p + R_c$$

Pero, según la ecuación (3-58):

$$y_o = y_c - [R_c (1 - \cos \theta_e)] + R_c = y_c - R_c + (R_c \cos \theta_e) + R_c$$

$$y_o = y_c + (R_c \cos \theta_e) \quad (3-65)$$

Cuerda larga de la espiral: CL_e

$$CL_e = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \quad (3-66)$$

Deflexión de cualquier punto P de la espiral: φ

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x} \quad (3-67)$$

También, numerosos cálculos han probado que:

$$\varphi = \frac{\theta}{3} - Z \quad (3-68)$$

Donde Z expresada en segundos, es una pequeña corrección, la cual es prácticamente despreciable para valores de $\theta < 16^\circ$.

$$Z = 3.1(10^{-3})\theta^3 + 2.3(10^{-8})\theta^5 \quad (3-69)$$

Deflexión del EC o ángulo de la cuerda larga: φ_c

$$\varphi_c = \arctan \frac{y_c}{x_c} \quad (3-70)$$

También, según las ecuaciones (3-68) y (3-69):

$$\varphi_c = \frac{\theta_e}{3} - Z_e \quad (3-71)$$

$$Z_e = 3.1(10^{-3})\theta_e^3 + 2.3(10^{-8})\theta_e^5 \quad (3-72)$$

Longitud de la curva circular: L_s, L_c

Por el sistema arco:

$$L_s = \frac{\pi R_c \Delta_c}{180^\circ} \quad (3-73)$$

Por el sistema cuerda:

$$L_c = \frac{c \Delta_c}{G_c} \quad (3-74)$$

2.5.5 Longitud mínima de la espiral de transición.

La longitud de la curva de transición L_e o el parámetro de la espiral K no deberán ser inferiores a un valor *mínimo*, con el objeto de que la curva cumpla ciertas condiciones de tipo *dinámico*, *geométrico* y *estético*. En este sentido, existen varios criterios en la determinación de la longitud mínima o parámetro mínimo, adoptándose como parámetro de diseño el mayor valor determinado por cada uno de los criterios, los cuales son:

❶ LONGITUD MÍNIMA DE LA ESPIRAL DE ACUERDO A LA VARIACIÓN DE LA ACELERACIÓN CENTRÍFUGA.

Considérese un vehículo circulando sobre una curva de transición, para la cual transversalmente en un punto cualquiera, según la Figura 2.83, se tiene:

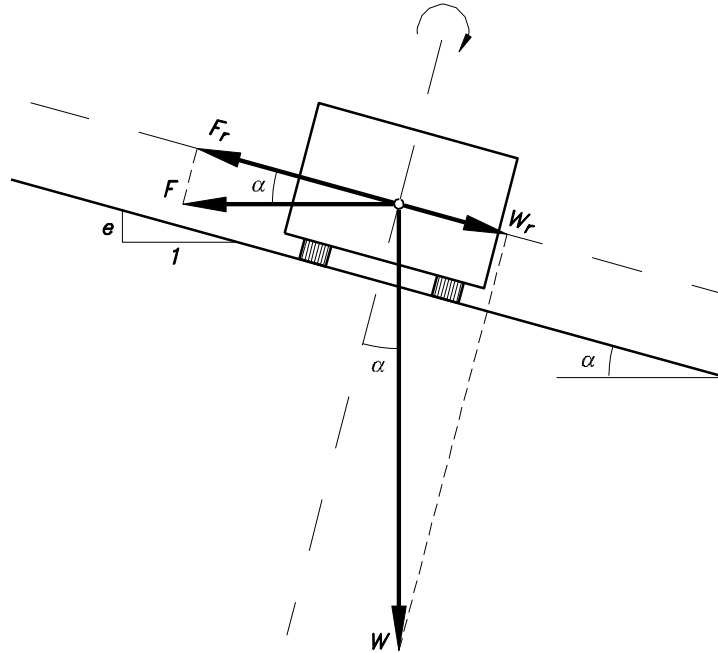


Figura 2.83 Vehículo girando en una curva

- F = Fuerza centrífuga = mac
- ac = Aceleración centrífuga.
- W = Peso del vehículo = mg
- g = Aceleración de la gravedad = 9.81 m/seg^2
- Fr = Componente radial de la fuerza centrífuga.
- Wr = Componente radial del peso del vehículo.
- α = Inclinación transversal de la calzada.
- e = Peralte de la calzada en tanto por uno = $\tan \alpha$

En una curva peraltada la aceleración centrífuga se aminora debido a la componente radial del peso del vehículo, por lo que la fuerza centrífuga residual que actúa radialmente sobre el vehículo es:

$$F_r - W_r = ma_{cr}$$

Donde, a_{cr} es la aceleración radial no compensada por el peralte. Pero:

$$F_r = F \cos \alpha, W_r = W \sin \alpha$$

$$F \cos \alpha - W \sin \alpha = ma_{cr}$$

Dividiendo por $\cos \alpha$,

$$F - W \tan \alpha = \frac{ma_{cr}}{\cos \alpha}$$

Pero, $\tan \alpha = e$, y para ángulos α pequeños $\cos \alpha \approx 1$. Entonces:

$$F - We = ma_{cr}$$

Reemplazando F y W ,

$$ma_c - mge = ma_{cr}$$

$$a_{cr} = a_c - ge$$

Cuando el radio de la espiral es R ,

$$a_{cr} = \frac{V_{CH}^2}{R} - ge$$

Ahora si se supone que el vehículo tarda un tiempo t en recorrer toda la longitud de transición L_e a una velocidad uniforme V_{CH} y se define a J como la variación de la aceleración centrífuga por unidad de tiempo, en el EC se tiene:

$$J = \frac{a_{cr}}{t} = \frac{\frac{V_{CH}^2}{R_c} - ge_c}{\frac{L_e}{V_{CH}}}, \text{ de donde,}$$

$$L_e = \frac{V_{CH}}{J} \left(\frac{V_{CH}^2}{R_c} - ge_c \right)$$

Expresando a V_{CH} en Km/h, a R_c en metros y a ec en tanto por uno, se llega a la siguiente expresión que indica la longitud mínima L_e de la espiral:

$$L_e \geq \frac{V_{CH}}{46.656(J)} \left[\frac{V_{CH}^2}{R_c} - 127(e_c) \right] \quad (3-75)$$

Esta expresión se conoce con el nombre de la *fórmula de Smirnoff*.

Realmente la constante J es un valor empírico que indica el grado de comodidad que se desea proporcionar. Experimentalmente se ha comprobado que este valor varía entre 0.4 y 0.7 m/seg^3 . Se adoptan para J los valores específicos dados en la Tabla 2.21.

Tabla 2.21 Variación de la aceleración centrífuga

VELOCIDADESPECÍFICA V_{CH} (Km/h)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
$J \text{ (m/seg}^3\text{)}$	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6	0.5	0.5	0.4	0.4

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

En caso de que no se tenga en cuenta el peralte, la ecuación (3-75) se convierte en:

$$L_e \geq \frac{V_{CH}^3}{46.656(J)R_c} \quad (3-76)$$

La cual es conocida como la *fórmula de Shortt*, ya que fue deducida por él. Por esta razón la *fórmula de Smirnoff*, también se conoce como la *fórmula de Shortt modificada*.

Igualmente, Barnett propuso un valor de $J=0.6 \text{ m/seg}^3$ en la fórmula de Shortt, llegándose a:

$$L_e \geq \frac{V_{CH}^3}{28 R_c} \quad (3-77)$$

Esta expresión es conocida como la *fórmula de Barnett*.

② LONGITUD MÍNIMA DE LA ESPIRAL DE ACUERDO A LA TRANSICIÓN DEL PERALTE

En la Figura 2.84, se muestra la isometría de una calzada que ha sido rotada gradualmente alrededor de su eje a lo largo de la longitud de transición, desde la tangente o tramo en recta hasta el comienzo de la curva circular, donde:

- a = Ancho de carril.
- $2a$ = Ancho de calzada.
- b = Bombeo normal en recta.
- e_c = Peralte en la curva circular.
- e = Peralte en cualquier sección.
- m = Pendiente relativa de los bordes

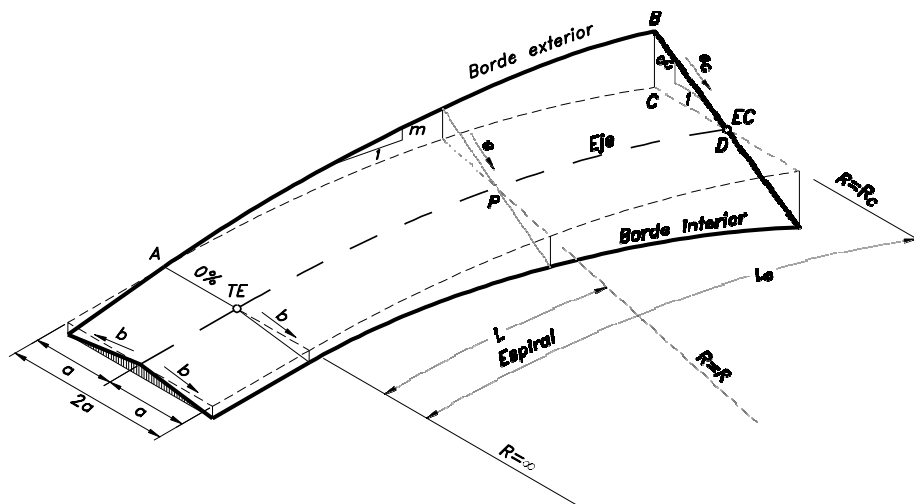


Figura 2.84 Longitud mínima de la espiral de acuerdo al peralte

Para pasar con seguridad y comodidad desde la sección en bombeo normal b en recta hasta aquella sección con peralte e_c donde empieza la curva circular, es necesario hacer variar gradualmente el peralte o inclinación transversal de la calzada.

En el triángulo rectángulo vertical ABC , se tiene:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{1}{m}$$

Igualmente, en el triángulo rectángulo vertical BCD ,

$$\frac{BC}{CD} = \frac{e_c}{1}, \text{ por lo tanto,}$$

$$AC = \frac{(CD)e_c}{m}, \text{ donde } CD = \text{ancho de carril} = a, \text{ y } AC = L_e$$

De donde se deduce que:

$$L_e \geq \frac{ae_c}{m} \quad (3-78)$$

Donde, como se vio anteriormente en el numeral 2.4.5, en la Tabla 2.18 se presentan los valores máximos y mínimos de la pendiente relativa de los bordes de la calzada con respecto al eje:

③ LONGITUD MÍNIMA DE LA ESPIRAL POR RAZONES DE PERCEPCIÓN Y ESTÉTICA

Desde el punto de vista de la *percepción*, la longitud de la curva de transición ha de ser suficiente para que se perciba de forma clara el cambio de curvatura, orientando adecuadamente al conductor.

Para tal efecto, se considera que el disloque mínimo a utilizar debe ser de 0.25 metros, con lo cual se obtiene una longitud mínima de la espiral de:

$$L_e \geq \sqrt{6R_c} \quad (3-79)$$

Por razones de *estética* y con el objeto de obtener alineamientos armoniosos, el ángulo de deflexión de la espiral θ_e debe ser mínimo de 3° . Despejando L_e de la ecuación (3-52):

$$L_e = \frac{\pi \theta_e R_c}{90^\circ} = \frac{\pi (3^\circ) R_c}{90^\circ} = 0.10472(R_c) \quad , \text{ por lo tanto:}$$
$$L_e \geq \frac{R_c}{9} \quad (3-80)$$

2.5.6 Longitud máxima de la espiral de transición.

El valor máximo del parámetro de la espiral $K_{m\acute{a}x}$, debe ser igual a uno punto uno veces (1.1) el radio R_c de la curva en estudio;

$$K_{m\acute{a}x} = 1.1(R_c)$$

De otra manera,

$$K \leq 1.1(R_c)$$

Ahora reemplazando el valor de K según la ecuación (3-49), resulta:

$$\sqrt{R_c L_e} \leq 1.1(R_c) \quad , \text{ esto es,}$$
$$R_c L_e \leq [1.1(R_c)]^2 = 1.21(R_c)^2 \quad , \text{ de donde,}$$
$$L_e \leq 1.21(R_c) \quad (3-81)$$

2.5.7 Longitud mínima de la curva circular central.

La longitud mínima aceptable del tramo circular central para el arreglo espiral-circular-espiral, es la correspondiente a la distancia que puede recorrer un vehículo a la velocidad específica V_{CH} del elemento en Km/h durante 2 segundos, es decir:

$$L_s (\text{ó } L_c) \geq V_{CH}(t) = V_{CH} \frac{Km}{hr} (2 \text{ seg}) \left(\frac{1 \text{ hr}}{3600 \text{ seg}} \right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \right)$$

Luego, la longitud mínima de la curva circular central, en metros, es:

$$L_s (\text{ó } L_c) \geq 0.556(V_{CH}) \quad (3-82)$$

Por otro lado, el diseñador puede omitir la espiral de transición, independientemente de la categoría de la carretera y la velocidad específica de la curva horizontal V_{CH} , solo cuando el radio de la curva horizontal sea superior a 1000 metros.

2.6 ENTRETANGENCIAS HORIZONTALES.

2.6.1 Entretangencia mínima.

❶ PARA CURVAS DE DISTINTO SENTIDO

Considerando el empleo de curvas espirales, se puede prescindir de tramos de entretangencia rectos.

Si el alineamiento se hace con curvas circulares únicamente, la longitud de entretangencia debe satisfacer la mayor de las condiciones dadas por la longitud de transición, de acuerdo con los valores máximos y mínimos de la pendiente relativa m de los bordes de la calzada con respecto al eje, y por la distancia recorrida en un tiempo de 5 segundos a la menor de las velocidades específicas V_{CH} , de las curvas adyacentes a la entretangencia en estudio.

❷ PARA CURVAS DE IGUAL SENTIDO

Por su misma naturaleza, las curvas del mismo sentido se deben considerar peligrosas en cualquier proyecto de carreteras, por la inseguridad y disminución de la estética que representan, pues la experiencia dice que los conductores mentalmente al tomar una curva de determinado sentido, esperan que la siguiente sea de sentido contrario, conservando de esta manera un movimiento armonioso. Sin embargo, ya que por dificultades del terreno, son a veces imposibles de evitar, se debe intentar siempre el reemplazo de dos curvas del mismo sentido por una sola curva que las envuelva.

Por lo tanto, cuando sea necesario proyectarlas, en el diseño con curvas espirales, la entretangencia no puede ser menor a la distancia recorrida en un tiempo de 5 segundos a la velocidad específica de la entretangencia horizontal V_{ETH} .

Para diseños con curvas circulares, especialmente en terreno plano, la entretangencia no puede ser menor al espacio recorrido en un tiempo no menor de 15 segundos a la velocidad específica de la entretangencia horizontal V_{CH} .

2.6.2 Entretangencia máxima.

Se deben acondicionar entretangencias suficientemente largas que permitan cumplir con la distancia de visibilidad de adelantamiento, pero en el caso que se excedan estas distancias por razones propias del diseño es necesario procurar que la longitud máxima de recta no sea superior a 15 veces la velocidad específica de la entretangencia horizontal V_{CH} , expresada en kilómetros por hora (Km/h).

Este criterio se aplica de igual forma para curvas de igual sentido como para curvas de diferente sentido.

INSTALACION:

1.- **Transferir** el programa desde una PC con el kit de conectividad, una vez conectada la calculadora con cable USB arrastrar L1322 Análisis Curva Horizontal V1.0 a la calculadora hp50g.

2.- **Ejecutar** el programa con **EVAL** y elegir el puerto a instalar la biblioteca preferiblemente elegir el puerto 2: FLASH y luego reiniciar la calculadora con las



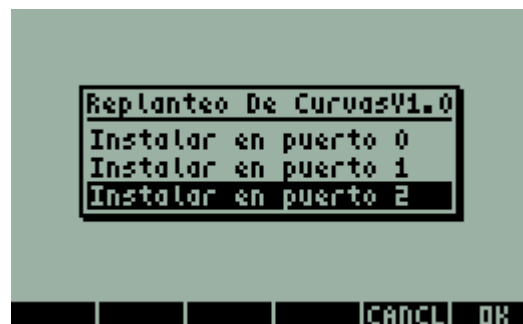
siguientes teclas presionando simultáneamente soltar y queda finalmente instalada la biblioteca del programa.

NOTA:

Si copia el programa L1322 Análisis Curva Horizontal V1.0 desde una **SD** los anteriores pasos no es necesario simplemente tiene que copiar el programa del SD a la calculadora hp50g en **HOME** y ejecutar con **EVAL** e instalar al puerto 2: FLASH y



luego reiniciar la calculadora con las siguientes teclas presionando simultáneamente soltar y queda finalmente instalada la biblioteca del programa.



EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL PROGRAMA:

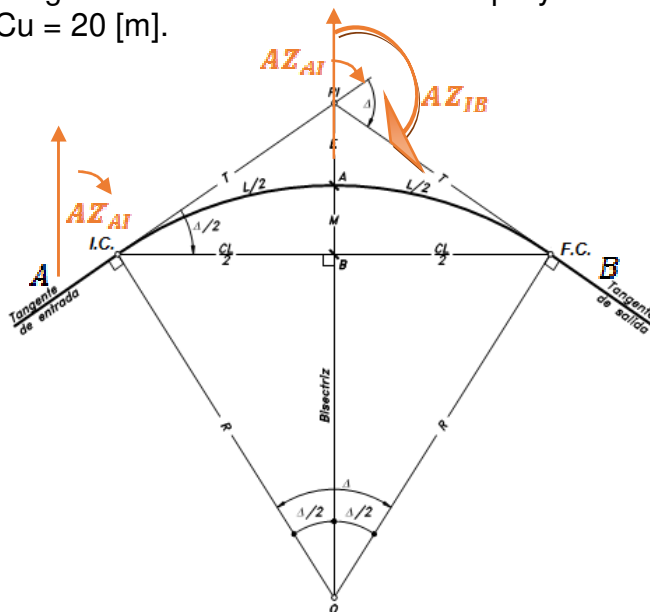
EJEMPLO N°1

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS DEFLEXIONES**, la curva circular simple; a partir de la siguiente información: Velocidad proyecto = 60 [Km/hr],
Prog PI = 1 + 987, Cu = 20 [m].

PI / N=760
E=549

A / N=670
E=490

B / N=730
E=820



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

- Cálculo de "Δ°"

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{540 - 490}{760 - 670} \right] = N 29^{\circ} 3' 16.57'' E$$

$$AZ_{AI} = 29^{\circ} 3' 16.57''$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{E_B - E_I}{N_B - N_I} \right]$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{820 - 540}{730 - 760} \right] = S 83^{\circ} 53' 4.19'' E$$

$$AZ_{IB} = 180^{\circ} - 83^{\circ} 53' 4.19'' = 96^{\circ} 6' 55.81''$$

$$\Delta^{\circ} = AZ_{IB} - AZ_{AI} = 96^{\circ} 6' 55.81'' - 29^{\circ} 3' 16.57'' = 67^{\circ} 3' 39.24''$$

Por Tablas: $VP = 60 \text{ [Km/hr]} \rightarrow R_{\text{mín}} = 120 \text{ [m]}$

$R_{\text{adoptado}} = 130 \text{ [m]}$

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

Prog PI = 1 + 987

$\Delta^\circ = 67^\circ 3' 39.24''$

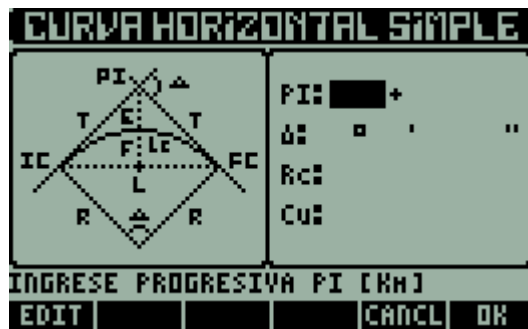
R = 130 [m]

Cu = 20 [m]

INGRESO DE DATOS:



Elegimos la Primera Opción del menú y elegimos Método de las Deflexiones Derecha luego presionamos **ENTER**.



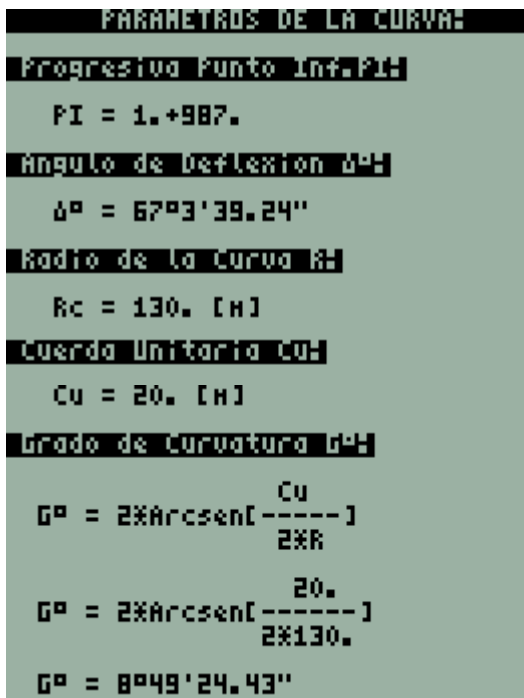
Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:

- Para ver todos los resultados desplazarse con las teclas de direccion:



Presionamos **ENTER**. Para ver los siguientes resultados.



```

Externa de la Curva E:

      1
E = R*[----- - 1]
      cos(Δ°/2)

E=130.*[----- - 1]
      cos(67°3'39.24"/2)

E = 25.952 [m]

Flecha de la Curva F:

      Δ°
F = R*[1-cos(-----)]
      2

F=130.*[1-cos(-----)]
      67°3'39.24"
      2

F = 21.633 [m]

Cuerda de la Curva C:

      Δ°
C = 2*R*sin(-----)
      2

C=2*130.*sin(-----)
      67°3'39.24"
      2

C = 143.619 [m]

Tangente de la Curva T:

      Δ°
T = R*tan(-----)
      2

T = 130.*tan(-----)
      67°3'39.24"
      2

T = 86.145 [m]

Longitud de Curva Lc:

      Δ°
Lc = -----*Cu
      G°

Lc = -----*20.
      8°49'24.43"

Lc = 152.006 [m]

Progresiva I.C. de Curva:

ProgIC = ProgPI - T
ProgIC = (1.+987.)-86.145
ProgIC = 1.+900.855

Progresiva F.C. de Curva:

ProgFC = ProgIC + Lc
ProgFC = (1.+900.855)+152.006
ProgFC = 2.+52.861
  
```

REPLANTEO DE LA CURVA: (METODO DE LAS DEFLEXIONES)

EST.	PROGRESIVA	C.UNITARIA	D.ACUMULADA	DEF.UNITARIA	DEF.ACUMULADA	Δ°DE_REPLANTEO
IC.=	1.+900.855	-	0.	-	0°0'0."	0°0'0."
1.	1.+920.	19.145	19.145	4°13'23.25"	4°13'23.25"	4°13'23.25"
2.	1.+940.	20.	39.145	4°24'42.21"	8°38'5.46"	8°38'5.46"
3.	1.+960.	20.	59.145	4°24'42.21"	13°2'47.67"	13°2'47.67"
4.	1.+980.	20.	79.145	4°24'42.21"	17°27'29.89"	17°27'29.89"
5.	2.+0.	20.	99.145	4°24'42.21"	21°52'12.1"	21°52'12.1"
6.	2.+20.	20.	119.145	4°24'42.21"	26°16'54.31"	26°16'54.31"
7.	2.+40.	20.	139.145	4°24'42.21"	30°41'36.53"	30°41'36.53"
FC.=	2.+52.861	12.861	152.006	2°50'13.06"	33°31'49.58"	33°31'49.58"

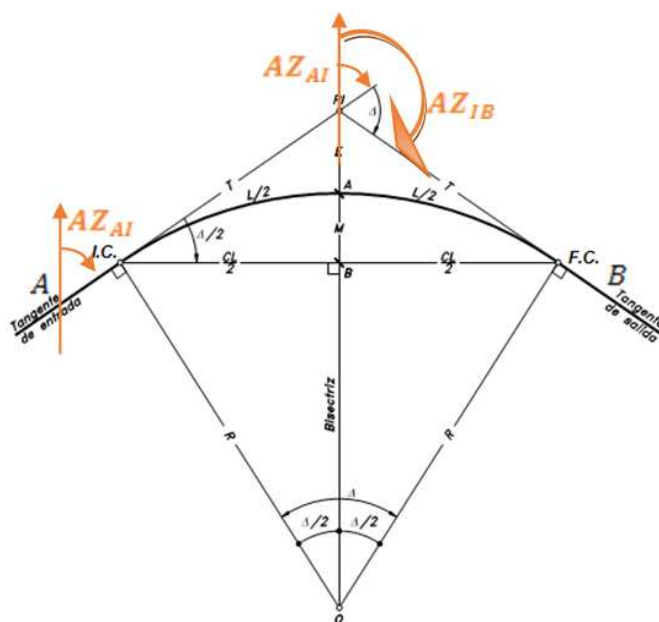
EJEMPLO N°2

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS COORDENADAS**, la curva circular simple; a partir de la siguiente información: Velocidad proyecto = 60 [Km/hr], Prog PI = 1 + 987, Cu = 20 [m].

$$PI \begin{cases} N=760 \\ E=540 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} N=670 \\ E=490 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} N=730 \\ E=820 \end{cases}$$



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

- Cálculo de "Δ°"

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{540 - 490}{760 - 670} \right] = N 29^{\circ} 3' 16.57'' E$$

$$AZ_{AI} = 29^{\circ} 3' 16.57''$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{E_B - E_I}{N_B - N_I} \right]$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{820 - 540}{730 - 760} \right] = S 83^{\circ} 53' 4.19'' E$$

$$AZ_{IB} = 180^{\circ} - 83^{\circ} 53' 4.19'' = 96^{\circ} 6' 55.81''$$

$$\Delta^{\circ} = AZ_{IB} - AZ_{AI} = 96^{\circ} 6' 55.81'' - 29^{\circ} 3' 16.57'' = 67^{\circ} 3' 39.24''$$

$$\text{Contra Azimuts: } AZ_{IA} = AZ_{AI} + 180^{\circ} = 29^{\circ} 3' 16.57'' + 180^{\circ} = 209^{\circ} 3' 16.57''$$

$$\text{Por Tablas: } VP = 60 \text{ [Km/hr]} \rightarrow R_{\min} = 120 \text{ [m]}$$

$$R_{\text{adoptado}} = 130 \text{ [m]}$$

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

$$\text{Prog PI} = 1 + 987$$

$$AZ_{AI} = 29^{\circ} 3' 16.57''$$

$$\text{Contra Azimuts: } AZ_{IA} = 209^{\circ} 3' 16.57''$$

$$\Delta^{\circ} = 67^{\circ} 3' 39.24''$$

$$R = 130 \text{ [m]}$$

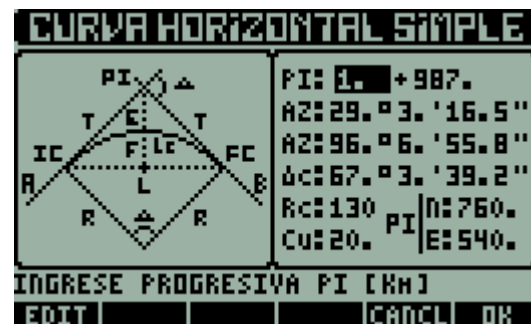
$$Cu = 20 \text{ [m]}$$

$$PI \left| \begin{array}{l} N=760 \\ E=540 \end{array} \right.$$

INGRESO DE DATOS:



Elegimos la Primera Opción del menú y elegimos Método de las Coordenadas Derecha luego presionamos **ENTER**.



Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:

- Para ver todos los resultados desplazarse con las teclas de direccion:



Presionamos **ENTER**. Para ver los siguientes resultados.

```

PARAMETROS DE LA CURVA:
Progresiva Punto Inf.PI:
    PI = 1.+987.
Datos Azimuts:
    AZA = 29°3'16.57"
    AZB = 96°6'55.81"
Angulo de Deflexion Δ°:
    Δ° = 67°3'39.24"
Radio de la Curva R:
    R = 130. [M]
Cuerda Unitaria CU:
    Cu = 20. [M]
Coordenadas PI:
    | N = 760.
    PI |
    | E = 540.
Grado de Curvatura G°:
    G° = 2*Arcsen[-----]
                Cu
                2*R
    G° = 2*Arcsen[-----]
                20.
                2*130.
    G° = 8°49'24.43"
Externa de la Curva E:
    E = R*[----- - 1]
                1
                cos(Δ°/2)
E=130.*[----- - 1]
                1
                cos(67°3'39.24"/2)
    E = 25.952 [M]
Flecha de la Curva F:
    F = R*[1-cos(-----)]
                Δ°
                2
    F=130.*[1-cos(-----)]
                67°3'39.24"
                2
    F = 21.633 [M]
Cuerda de la Curva C:
    C = 2*R*sen(-----)
                Δ°
                2

```

```
C=2*130.*sin( $\frac{67^{\circ}3'39.24''}{2}$ )  
  
C = 143.619 [m]  
Tangente de la Curva H:  
  
T = R*tan( $\frac{\Delta^{\circ}}{2}$ )  
  
T = 130.*tan( $\frac{67^{\circ}3'39.24''}{2}$ )  
  
T = 86.145 [m]  
Longitud de Curva Lc:  
  
Lc =  $\frac{\Delta^{\circ}}{G^{\circ}} * C_u$   
  
Lc =  $\frac{67^{\circ}3'39.24''}{8^{\circ}49'24.43''} * 20.$   
  
Lc = 152.006 [m]  
Progresiva I.C. de Curva:  
  
ProgIC = ProgPI - T  
ProgIC = (1.+987.)-86.145  
ProgIC = 1.+900.855  
Progresiva F.C. de Curva:  
  
ProgFC = ProgIC + Lc  
ProgFC = (1.+900.855)+152.006  
ProgFC = 2.+52.861  
Cálculo de Azimuts:  
  
AZA9 = 29°3'16.57"  
Contra Azimut: AZ9A  
AZ9A = AZA9 + 180°  
AZ9A = 209°3'16.57"  
AZ9B = 96°6'55.81"
```



CÁLCULO DE COORDENADAS DEL I.C. y F.C.

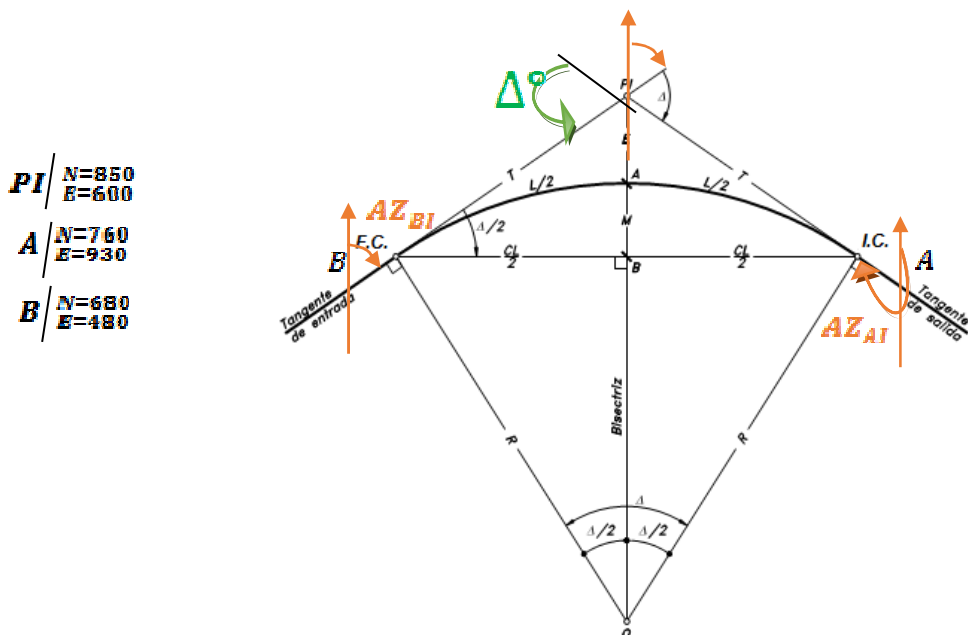
DE:	AZIMUT	DH[m]	$\Delta N=DH \cdot \cos \alpha Z$	$\Delta E=DH \cdot \sin \alpha Z$	NORTE	ESTE	AL:
-	-	-	-	-	760.	540.	PI.
PI.	209°3'16.57"	86.145	-75.304	-41.836	684.696	498.164	I.C.
-	-	-	-	-	760.	540.	PI.
PI.	96°6'55.81"	86.145	-9.177	85.655	750.823	625.655	F.C.

REPLANTEO DE LA CURVA: (MÉTODO DE LAS COORDENADAS)

DE:	DEFLEXIONES	AZIMUT	DH[m]	$\Delta N=DH \cdot \cos \alpha Z$	$\Delta E=DH \cdot \sin \alpha Z$	NORTE	ESTE	AL:
-	-	29°3'16.57"	-	-	-	684.696	498.164	IC=1.+900.855
IC=1.+900.855	4°13'23.25"	33°16'39.82"	19.145	16.006	10.505	700.702	508.669	1.+920.
1.+920.	8°38'5.46"	41°54'45.28"	20.	14.883	13.36	715.585	522.029	1.+940.
1.+940.	8°49'24.43"	50°44'9.7"	20.	12.658	15.485	728.243	537.514	1.+960.
1.+960.	8°49'24.43"	59°33'34.13"	20.	10.133	17.243	738.376	554.757	1.+980.
1.+980.	8°49'24.43"	68°22'58.56"	20.	7.368	18.593	745.744	573.35	2.+0.
2.+0.	8°49'24.43"	77°12'22.98"	20.	4.429	19.503	750.173	592.853	2.+20.
2.+20.	8°49'24.43"	86°1'47.41"	20.	1.385	19.952	751.558	612.805	2.+40.
2.+40.	7°14'55.27"	93°16'42.68"	12.861	-1.736	12.84	750.822	625.645	FC=2.+52.861

EJEMPLO N°3

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS DEFLEXIONES**, la curva circular simple; a partir de la siguiente información: Velocidad proyecto = 60 [Km/hr], Prog PI = 1 + 354, Cu = 20 [m].



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

- Cálculo de "Δ°"

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{600 - 930}{850 - 760} \right] = N 74^{\circ} 44' 41.57'' W$$

$$AZ_{AI} = 360^{\circ} - 74^{\circ} 44' 41.57'' = 285^{\circ} 15' 18.43''$$

$$RB_{BI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_B}{N_I - N_B} \right]$$

$$RB_{BI} = \text{Arctan} \left[\frac{600 - 480}{850 - 680} \right] = N 35^{\circ} 13' 3.33'' E$$

$$AZ_{BI} = 35^{\circ} 13' 3.33''$$

$$\Delta^\circ = AZ_{AI} - 180^\circ - AZ_{BI} = 285^\circ 15' 18.43'' - 180^\circ - 35^\circ 13' 3.33'' = 70^\circ 2' 15.1''$$

Por Tablas: $VP = 60 \text{ [Km/hr]} \rightarrow R_{\min} = 120 \text{ [m]}$

$R_{\text{adoptado}} = 130 \text{ [m]}$

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

Prog PI = 1 + 354

$\Delta^\circ = 70^\circ 2' 15.1''$

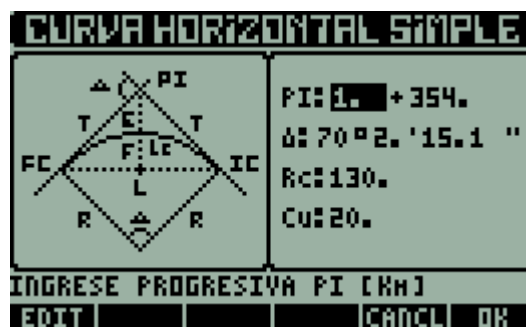
R = 130 [m]

Cu = 20 [m]

INGRESO DE DATOS:



Elegimos la Primera Opción del menú y elegimos Método de las Deflexiones Izquierda luego presionamos **ENTER**.



Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:

PARAMETROS DE LA CURVA:

Progresiva Punto Inf. PI:

$$PI = 1.+354.$$

Angulo de Deflexion Δ° :

$$\Delta^\circ = 70^\circ 2' 15.1''$$

Radio de la Curva R:

$$R = 130. \text{ [m]}$$

Cuerda Unitaria CU:

$$Cu = 20. \text{ [m]}$$

Grado de Curvatura G°:

$$G^\circ = 2 \times \text{Arcsen}\left[\frac{Cu}{2R}\right]$$

$$G^\circ = 2 \times \text{Arcsen}\left[\frac{20.}{2 \times 130.}\right]$$

$$G^\circ = 8^\circ 49' 24.43''$$

Externa de la Curva E:

$$E = R \times \left[\frac{1}{\cos(\Delta^\circ/2)} - 1 \right]$$

$$E = 130. \times \left[\frac{1}{\cos(70^\circ 2' 15.1''/2)} - 1 \right]$$

$$E = 28.737 \text{ [m]}$$

Flecha de la Curva F:

$$F = R \times \left[1 - \cos\left(\frac{\Delta^\circ}{2}\right) \right]$$

$$F = 130. \times \left[1 - \cos\left(\frac{70^\circ 2' 15.1''}{2}\right) \right]$$

$$F = 23.535 \text{ [m]}$$

Cuerda de la Curva C:

$$C = 2R \times \sin\left(\frac{\Delta^\circ}{2}\right)$$

$$C = 2 \times 130. \times \sin\left(\frac{70^\circ 2' 15.1''}{2}\right)$$

$$C = 149.2 \text{ [m]}$$

Tangente de la Curva T:

$$T = R \times \tan\left(\frac{\Delta^\circ}{2}\right)$$

```

T = 130.*tan(-----)
                2
              70°2'15.1"

T = 91.09 [m]

Longitud de curva Lc:

      Δ°
Lc = -----*Cu
      G°

      70°2'15.1"
Lc = -----*20.
      8°49'24.43"

Lc = 158.753 [m]

Progresiva I.C. de Curva:

ProgIC = ProgPI - T
ProgIC = (1.+354.)-91.09
ProgIC = 1.+262.91

Progresiva F.C. de Curva:

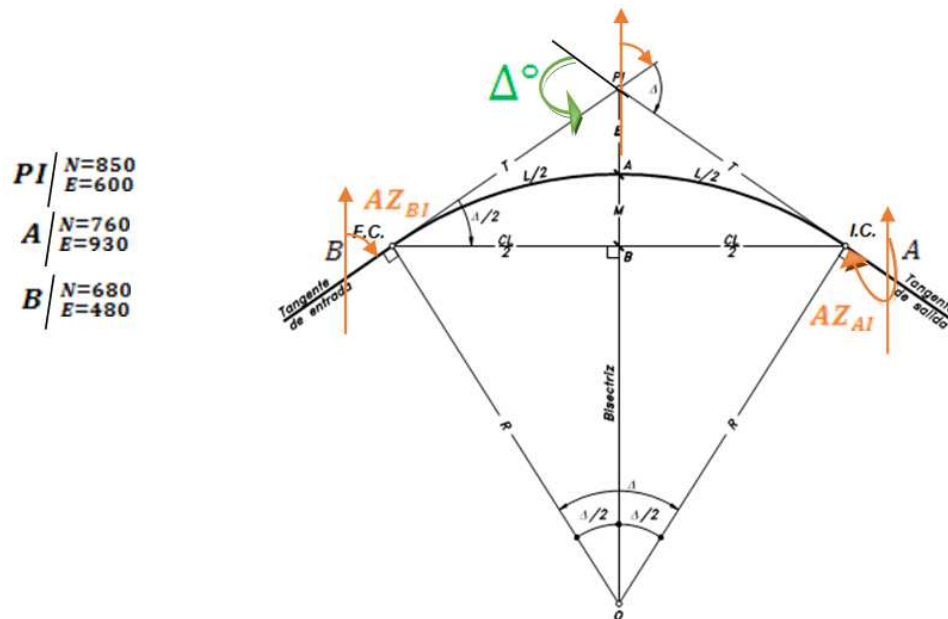
ProgFC = ProgIC + Lc
ProgFC = (1.+262.91)+158.753
ProgFC = 1.+421.663

```

REPLANTEO DE LA CURVA:(METODO DE LAS DEFLEXIONES)						
EST.	PROGRESIVA	C.UNITARIA	D.ACUMULADA	DEF.UNITARIA	DEF.ACUMULADA	Δ°DE REPLANTEO
IC.=	1.+262.91	-	0.	-	0°0'0."	360°0'0."
1.	1.+280.	17.09	17.09	3°46'11.35"	3°46'11.35"	356°13'48.65"
2.	1.+300.	20.	37.09	4°24'42.21"	8°10'53.56"	351°49'6.44"
3.	1.+320.	20.	57.09	4°24'42.21"	12°35'35.78"	347°24'24.22"
4.	1.+340.	20.	77.09	4°24'42.21"	17°0'17.99"	342°59'42.01"
5.	1.+360.	20.	97.09	4°24'42.21"	21°25'.2"	338°34'59.8"
6.	1.+380.	20.	117.09	4°24'42.21"	25°49'42.42"	334°10'17.58"
7.	1.+400.	20.	137.09	4°24'42.21"	30°14'24.63"	329°45'35.37"
8.	1.+420.	20.	157.09	4°24'42.21"	34°39'6.84"	325°20'53.16"
FC.=	1.+421.663	1.663	158.753	0°22'.61"	35°1'7.45"	324°58'52.55"

EJEMPLO N°4

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS COORDENADAS**, la curva circular simple; a partir de la siguiente información: Velocidad proyecto = 60 [Km/hr],
Prog PI = 1 + 987, Cu = 20 [m].



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

- Cálculo de " Δ° "

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{600 - 930}{850 - 760} \right] = N 74^\circ 44' 41.57'' W$$

$$AZ_{AI} = 360^\circ - 74^\circ 44' 41.57'' = 285^\circ 15' 18.43''$$

$$RB_{BI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_B}{N_I - N_B} \right]$$

$$RB_{BI} = \text{Arctan} \left[\frac{600 - 480}{850 - 680} \right] = N 35^\circ 13' 3.33'' E$$

$$AZ_{BI} = 35^\circ 13' 3.33''$$

$$\Delta^\circ = AZ_{AI} - 180^\circ - AZ_{BI} = 285^\circ 15' 18.43'' - 180^\circ - 35^\circ 13' 3.33'' = 70^\circ 2' 15.1''$$

$$\text{Contra Azimuts: } AZ_{IA} = AZ_{AI} - 180^\circ = 285^\circ 15' 18.43'' - 180^\circ = 105^\circ 15' 18.43''$$

$$\text{Contra Azimuts: } AZ_{IB} = AZ_{BI} + 180^\circ = 35^\circ 13' 3.33'' + 180^\circ = 215^\circ 13' 3.33''$$

$$\text{Por Tablas: } VP = 60 \text{ [Km/hr]} \rightarrow R_{\min} = 120 \text{ [m]}$$

$$R_{\text{adoptado}} = 130 \text{ [m]}$$

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

$$\text{Prog PI} = 1 + 354$$

$$AZ_{AI} = 285^\circ 15' 18.43''$$

$$AZ_{BI} = 35^\circ 13' 3.33''$$

$$\Delta^\circ = 70^\circ 2' 15.1''$$

$$R = 130 \text{ [m]}$$

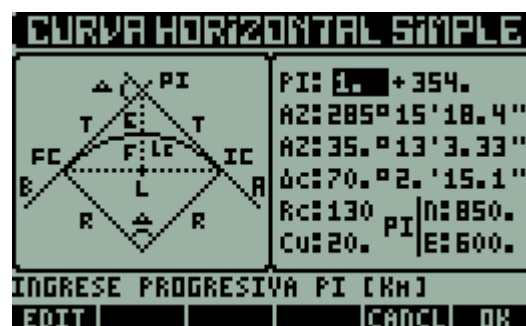
$$Cu = 20 \text{ [m]}$$

$$PI \left| \begin{array}{l} N=850 \\ E=600 \end{array} \right.$$

INGRESO DE DATOS:

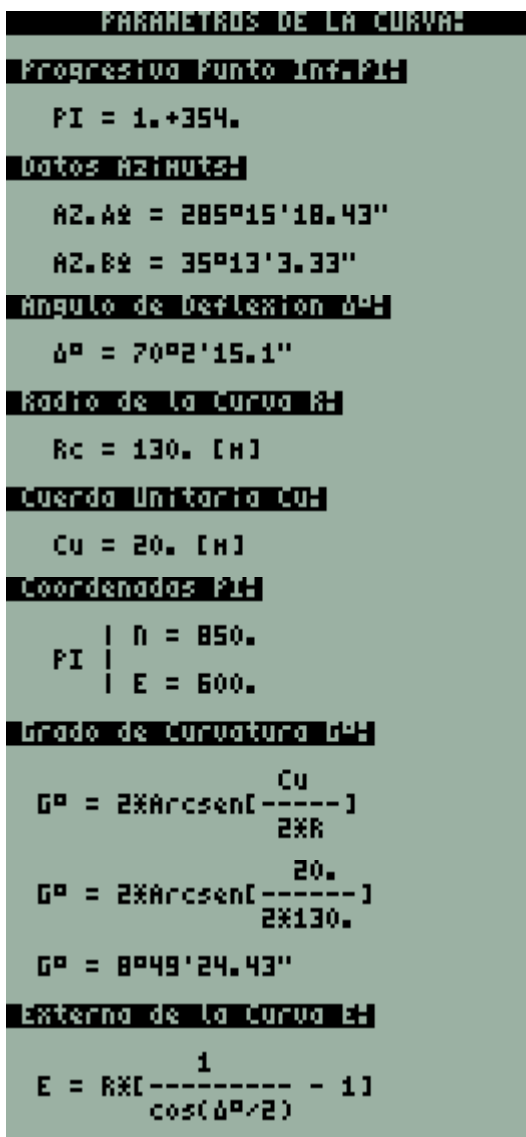


Elegimos la Primera Opción del menú y elegimos Método de las Coordenadas Izquierda luego presionamos **ENTER**.



Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:



```

E=130.%(1/cos(70°2'15.1"/2) - 1)
E = 28.737 [m]
Flecha de la Curva FH
F = R*(1-cos(Δ°/2))
F=130.%(1-cos(70°2'15.1"/2))
F = 23.535 [m]
Cuerda de la Curva CH
C = 2*R*sin(Δ°/2)
C=2*130.%sin(70°2'15.1"/2)
C = 149.2 [m]
Tangente de la Curva TH
T = R*tan(Δ°/2)
T = 130.%tan(70°2'15.1"/2)
T = 91.09 [m]
Longitud de Curva Lc
Lc = Δ°/G°*Cu
Lc = 70°2'15.1"/8°49'24.43"*20.
Lc = 158.753 [m]
Progresiva I.C. de Curva
ProgIC = ProgPI - T
ProgIC = (1.+354.)-91.09
ProgIC = 1.+262.91
Progresiva F.C. de Curva
ProgFC = ProgIC + Lc
ProgFC = (1.+262.91)+158.753
ProgFC = 1.+421.663
Cálculo de Azimuts
AZA2 = 285°15'18.43"

```

Contra Azimut: $AZ_{\theta A}$
 $AZ_{\theta A} = AZ_{\theta \theta} - 180^\circ$
 $AZ_{\theta A} = 105^\circ 15' 18.43''$
 Contra Azimut: $AZ_{\theta B}$
 $AZ_{\theta B} = AZ_{\theta \theta} + 180^\circ$
 $AZ_{\theta B} = 215^\circ 13' 3.33''$

CALCULO DE COORDENADAS DEL I.C. y F.C.

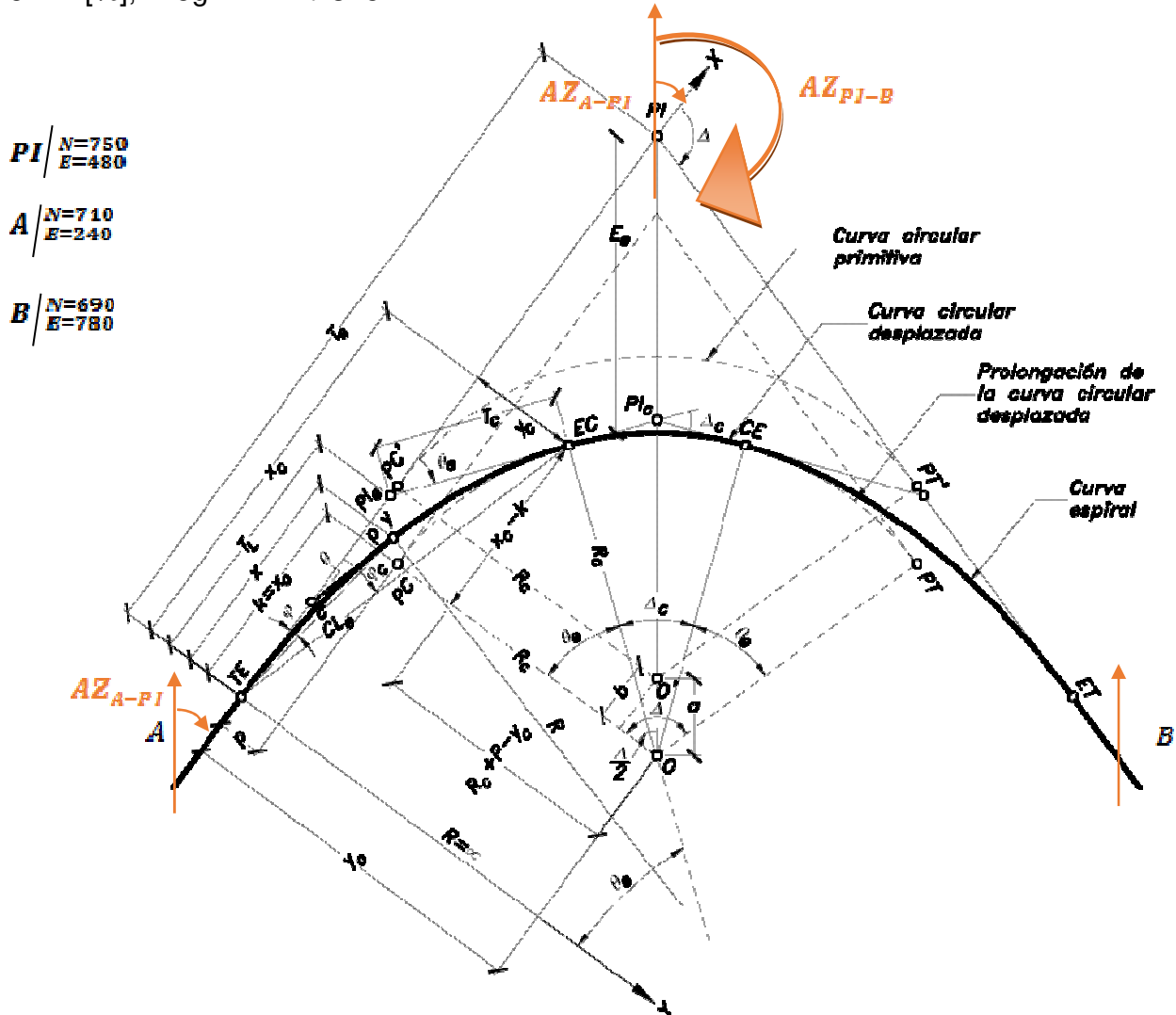
DE:	AZIMUT	DH[m]	$\Delta N = DH \cdot \cos \theta$	$\Delta E = DH \cdot \sin \theta$	NORTE	ESTE	A:
-	-	-	-	-	850.	600.	PI.
PI.	$105^\circ 15' 18.43''$	91.09	-23.967	87.88	826.033	687.88	I.C.
-	-	-	-	-	850.	600.	PI.
PI.	$215^\circ 13' 3.33''$	91.09	-74.418	-52.53	775.582	547.47	F.C.

REPLANTEO DE LA CURVA:(METODO DE LAS COORDENADAS)

DE:	DEFLEXIONES	AZIMUT	DH[m]	$\Delta N = DH \cdot \cos \theta$	$\Delta E = DH \cdot \sin \theta$	NORTE	ESTE	A:
-	-	$285^\circ 15' 18.43''$	-	-	-	826.033	687.88	IC=1.+262.91
IC=1.+262.91	$3^\circ 46' 11.35''$	$281^\circ 29' 7.08''$	17.09	3.403	-16.748	829.436	671.132	1.+280.
1.+280.	$8^\circ 10' 53.56''$	$273^\circ 18' 13.52''$	20.	1.153	-19.967	830.589	651.165	1.+300.
1.+300.	$8^\circ 49' 24.43''$	$264^\circ 28' 49.09''$	20.	-1.924	-19.907	828.665	631.258	1.+320.
1.+320.	$8^\circ 49' 24.43''$	$255^\circ 39' 24.66''$	20.	-4.955	-19.377	823.71	611.881	1.+340.
1.+340.	$8^\circ 49' 24.43''$	$246^\circ 50' 24''$	20.	-7.868	-18.387	815.842	593.494	1.+360.
1.+360.	$8^\circ 49' 24.43''$	$238^\circ 0' 35.81''$	20.	-10.595	-16.963	805.247	576.531	1.+380.
1.+380.	$8^\circ 49' 24.43''$	$229^\circ 11' 11.39''$	20.	-13.072	-15.137	792.175	561.394	1.+400.
1.+400.	$8^\circ 49' 24.43''$	$220^\circ 21' 46.96''$	20.	-15.239	-12.953	776.936	548.441	1.+420.
1.+420.	$4^\circ 46' 42.82''$	$215^\circ 35' 4.14''$	1.663	-1.352	-0.968	775.584	547.473	FC=1.+421.663

EJEMPLO N°5

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS DEFLEXIONES**, la Clotoide en una carretera bidireccional, cuya $V_p = 50$ [Km/hr], ancho de carril $a = 3.0$ [m], $C_u = 20$ [m], $e = 7$ [%], Prog PI = 2 + 345.



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

1º Cálculo de Azimuts: "Az"

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{480 - 240}{750 - 710} \right] = N80^\circ 32' 15.64'' E$$

$$AZ_{AI} = 80^{\circ}32'15.64''$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{E_B - E_I}{N_R - N_I} \right]$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{780 - 480}{690 - 750} \right] = S 78^{\circ}41'24.24'' E$$

$$AZ_{IB} = 180^{\circ} - RB_{IB} = 180 - 78^{\circ}41'24.24'' = 101^{\circ}18'35.76''$$

2º Cálculo del ángulo de Deflexión: "Δº"

$$\Delta^{\circ} = AZ_{IB} - AZ_{AI} = 101^{\circ}18'35.76'' - 80^{\circ}32'15.64'' = 20^{\circ}46'20.12''$$

3º Cálculo del radio de la curva Circular: "Rmín"

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{V_p}{602.4}$$

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{50}{602.4} = 0.182$$

$$R_{mín} = \frac{V_p^2}{127(f_{rt} + e_{máx})}$$

$$R_{mín} = \frac{(50)^2}{127(0.182 + 0.07)} = 78.115 [m]$$

$$\frac{s}{g}: \text{La ABC. } R_{adoptado} = 1.20 * R_{mín} = 1.20 * 78.115 = 93.738 [m]$$

$$R_c = R_{adoptado} = 100 [m]$$

4º Cálculo del parametro: "A"

- Criterio: 1

$$A = \frac{R}{3} = \frac{100}{3} = 33.333$$

- Criterio: 2

$$A = (12 * R^3)^{0.25} = (12 * 100^3)^{0.25} = 58.857$$

- Criterio: 3

$$A = \left[\frac{n * \alpha * e_{max} * R_c}{m} \right]^{\frac{1}{2}}$$

De Tablas: $m \rightarrow V_p = 50 [Km/hr]$

$$A = \left[\frac{1 * 3 * 7 * 100}{1.5} \right]^{\frac{1}{2}} = 37.417$$

- Criterio: 4

$$A = \left[\frac{V_e * R_c}{46.656 * J} * \left(\frac{V_e^2}{R_c} - 1.27 * e_{max} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \left[\frac{50 * 100}{46.656 * 1.5} * \left(\frac{50^2}{100} - 1.27 * 7 \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 33.926$$

$\frac{s}{g}$: La ABC. se debe tomar el valor mayor $A = 58.857$

5º Cálculo de la longitud de la espiral: "Le"

$$A^2 = R_c * Le$$

$$Le = \frac{A^2}{R_c} = \frac{58.857^2}{100} = 34.641 [m]$$

Adoptamos: $Le = 35 [m]$

6º Cálculo de la deflexión de la espiral: "θ_e"

$$\theta_e = \frac{Le}{2 * R_c} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{35}{2 * 100} = 0^{\circ} 10' 30'' [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * Le}{\pi * R_c} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * 35}{\pi * 100} = 10^{\circ} 1' 36.34'' < 16^{\circ} Ok.$$

7º Cálculo de la deflexión de la curva circular: "Δcº"

$$\Delta^{\circ}c = \Delta^{\circ} - 2 * \theta_a$$

$$\Delta^{\circ}c = 20^{\circ}46'20.12 - 2 * 10^{\circ}1'36.34'' = 0^{\circ}43'7.44''$$

El ángulo de deflexión de curva circular es muy pequeño: $\Delta^{\circ}c = 0^{\circ}43'7.44''$

Por lo tanto la Curva se Diseña Como: **(Espiral - Espiral)**

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

Prog PI = 2 + 345

$\Delta^{\circ} = 20^{\circ}46'20.12''$

Rc = 100 [m]

Le = 35 [m]

Cu = 20 [m]

INGRESO DE DATOS:



Elegimos la Segunda Opción Cotoides del menú y elegimos Método de las Deflexiones luego presionamos **ENTER**.



Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:

```

PARAMETROS DE LA CURVA:
Espiral-Espiral:
Progresiva Punto Inf.PI:
    PI = 2.+345.
Angulo de Deflexion δ°:
    δ° = 20°46'20.12"
Radio de la Curva R:
    Rc = 100. [M]
Longitud de Espiral Le:
    Le = 35. [M]
Cuerda Unitaria Cu:
    Cu = 20. [M]
Deflexion de Espiral θe:
    θe =  $\frac{n\delta^\circ}{360^\circ}$  [Rad]
    θe =  $\frac{20^\circ 46' 20.12''}{360^\circ}$ 
    θe = 0°10'52.58" [Rad]
    θe =  $\frac{\delta^\circ}{2}$ 
    θe =  $\frac{20^\circ 46' 20.12''}{2}$ 
    θe = 10°23'10.06"
Recalculo Longitud Espiral Le:
    Le = 2×Rc×(θe)
    Le = 2×100.×(0°10'52.58")
    Le = 36.254 [M]
Coordenadas Cartesianas EC:
    XC = Le×[1 -  $\frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360}$ ]
    XC = 36.135 [M]
    YC = Le×[ $\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600}$ ]
    YC = 2.185 [M]
    
```

```

Coordenadas del Punto IC:

P=Yc-Rc*[1-Cos(θe)]
P=2.185-100.*[1-Cos(10°23'10.06'')]
P = .547 [m] > 0.5 Ok!

K=Xc-Rc*Sin(θe)
K=36.135-100.*Sin(10°23'10.06'')]
K = 18.107 [m]

Tangente Curva de Enlace Te:

Te = Xc+Yc*tan(θe)
Te=36.135+2.185*tan(10°23'10.06'')
Te = 36.535 [m]

Tangente Largo TL:

TL = Xc -  $\frac{Yc}{\tan(\theta_e)}$ 
TL = 36.135 -  $\frac{2.185}{\tan(10°23'10.06'')}$ 
TL = 24.214 [m]

Tangente Corta TC:

TC =  $\frac{Yc}{\text{Sen}(\theta_e)}$ 
TC =  $\frac{2.185}{\text{Sen}(10°23'10.06'')}$ 
TC = 12.12 [m]

Externa de Curva Enlace Ee:

Ee =  $\frac{Yc}{\cos(\theta_e)}$ 
Ee =  $\frac{2.185}{\cos(10°23'10.06'')}$ 
Ee = 2.221 [m]

Cuerda total curva Espiral Ct:

C.T.=  $\sqrt{Xc^2 + Yc^2}$ 
C.T.=  $\sqrt{(36.135)^2 + (2.185)^2}$ 
C.T.= 36.201 [m]

```

Deflexion de Curva Espiral. ϕ_c :

$$\phi_c = \text{Arctan}\left[\frac{Y_c}{X_c}\right]$$

$$\phi_c = \text{Arctan}\left[\frac{2.185}{36.135}\right]$$

$$\phi_c = 3^{\circ}27'37.19''$$

Deflexiones Prog. Curva Espiral:

$$\phi_e = \frac{\theta_e}{3} - Z$$

$$Z = 3.1 \times 10^{-3} \theta_e + 2.3 \times 10^{-5} \theta_e^2$$

$$\theta_e = 10^{\circ}23'10.06'' < 16^{\circ}$$

$$Z = 0^{\circ}0'0.0'' \text{ (Es Despreciable)}$$

Cálculo de las Progresivas:

Progresiva ProgTE:

$$\text{ProgTE} = \text{ProgPI} - T_e$$

$$\text{ProgTE} = (2. + 345.) - 36.535$$

$$\text{ProgTE} = 2. + 308.465$$

Progresiva ProgEE:

$$\text{ProgEE} = \text{ProgTE} + L_e$$

$$\text{ProgEE} = (2. + 308.465) + 36.254$$

$$\text{ProgEE} = 2. + 344.719$$

Progresiva ProgET:

$$\text{ProgET} = \text{ProgEE} + L_e$$

$$\text{ProgET} = (2. + 344.719) + 36.254$$

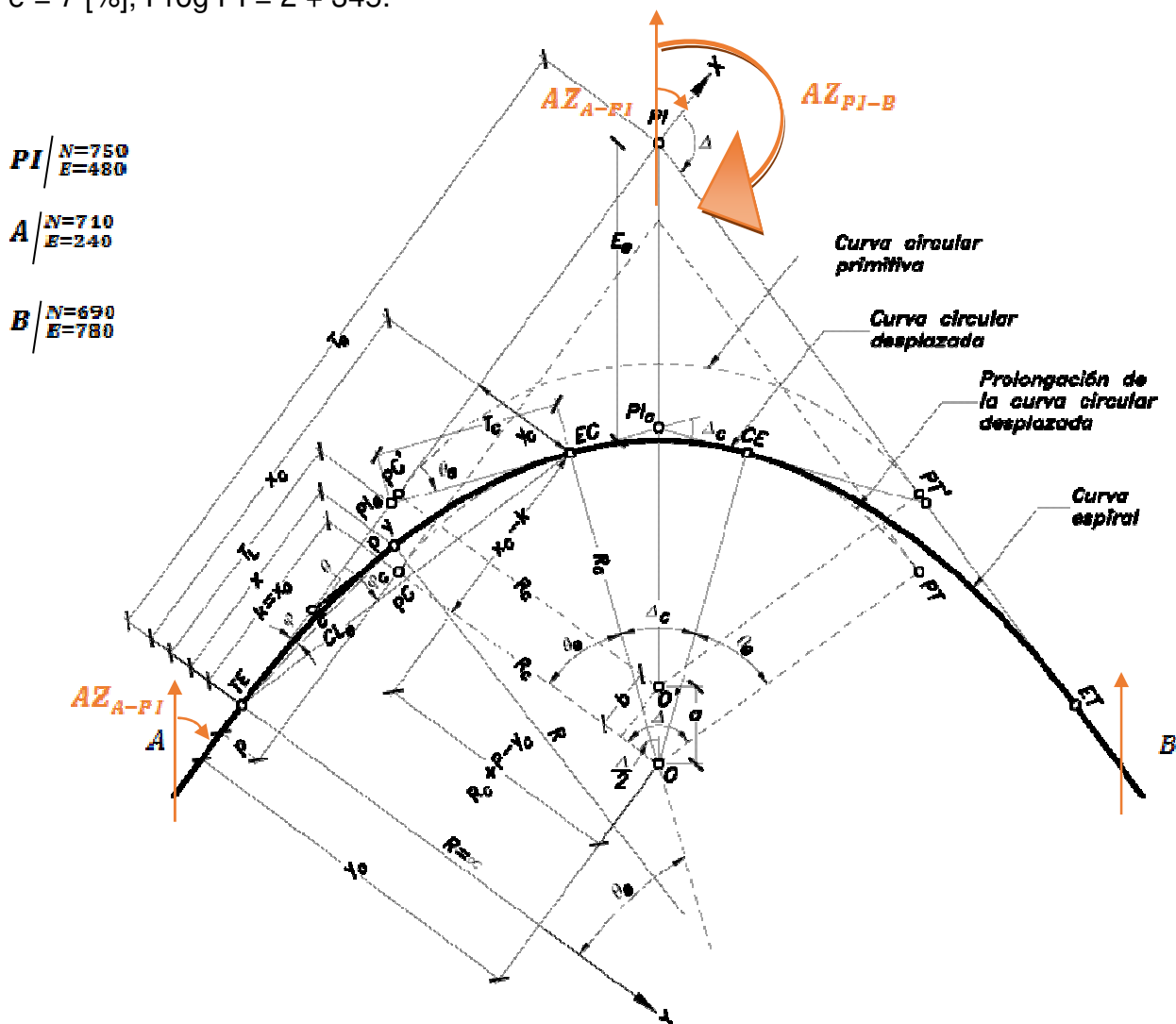
$$\text{ProgET} = 2. + 380.973$$

REPLANTEO CURVA DE ENLACE (ESPIRAL) TRAMO: TE-EE (METODO DE LAS DEFLEXIONES)							
EST.	PROGRESIVA	C.UNITARIA	L	L2	$k=\theta e/Le^2$	$\theta^\circ=k\%L^2$	$\phi^\circ=\theta^\circ/3-2$
TE.=	2.+308.465	-	0.	-	-	-	-
1.	2.+320.	11.535	11.535	133.056225	0°0'28.45"	1°3'5.12"	0°21'1.71"
2.	2.+340.	20.	31.535	994.456225	0°0'28.45"	7°51'29.81"	2°37'9.94"
EE.=	2.+344.719	4.719	36.254	1314.352516	0°0'28.45"	10°23'10.06"	3°27'43.35"

REPLANTEO CURVA DE ENLACE (ESPIRAL) TRAMO: ET-EE (METODO DE LAS DEFLEXIONES)							
EST.	PROGRESIVA	C.UNITARIA	L	L2	$k=\theta e/Le^2$	$\theta^\circ=k\%L^2$	$\phi^\circ=\theta^\circ/3-2$
ET.=	2.+380.973	-	0.	-	-	-	-
1.	2.+380.	.973	.973	.946729	0°0'28.45"	0°0'26.93"	0°0'8.98"
2.	2.+360.	20.	20.973	439.866729	0°0'28.45"	3°28'33.11"	1°9'31.04"
EE.=	2.+344.719	15.281	36.254	1314.352516	0°0'28.45"	10°23'10.06"	3°27'43.35"

EJEMPLO N°6

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS COORDENADAS**, la Clotoide en una carretera bidireccional, cuya $V_p = 50$ [Km/hr], ancho de carril $a = 3.0$ [m], $C_u = 20$ [m], $e = 7$ [%], Prog PI = 2 + 345.



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

1º Cálculo de Azimuts: "Az"

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{480 - 240}{750 - 710} \right] = N80^\circ 32' 15.64'' E$$

$$AZ_{AI} = 80^{\circ}32'15.64''$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{E_B - E_I}{N_R - N_I} \right]$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{780 - 480}{690 - 750} \right] = S 78^{\circ}41'24.24'' E$$

$$AZ_{IB} = 180^{\circ} - RB_{IB} = 180 - 78^{\circ}41'24.24'' = 101^{\circ}18'35.76''$$

2º Cálculo del ángulo de Deflexión: "Δº"

$$\Delta^{\circ} = AZ_{IB} - AZ_{AI} = 101^{\circ}18'35.76'' - 80^{\circ}32'15.64'' = 20^{\circ}46'20.12''$$

3º Cálculo del radio de la curva Circular: "Rmín"

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{V_p}{602.4}$$

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{50}{602.4} = 0.182$$

$$R_{mín} = \frac{V_p^2}{127(f_{rt} + e_{máx})}$$

$$R_{mín} = \frac{(50)^2}{127(0.182 + 0.07)} = 78.115 [m]$$

$$\frac{s}{g}: \text{La ABC. } R_{adoptado} = 1.20 * R_{mín} = 1.20 * 78.115 = 93.738 [m]$$

$$R_c = R_{adoptado} = 100 [m]$$

4º Cálculo del parametro: "A"

- Criterio: 1

$$A = \frac{R}{3} = \frac{100}{3} = 33.333$$

- Criterio: 2

$$A = (12 * R^3)^{0.25} = (12 * 100^3)^{0.25} = 58.857$$

- Criterio: 3

$$A = \left[\frac{n * \alpha * e_{max} * R_c}{m} \right]^{\frac{1}{2}}$$

De Tablas: $m \rightarrow V_p = 50 [Km/hr]$

$$A = \left[\frac{1 * 3 * 7 * 100}{1.5} \right]^{\frac{1}{2}} = 37.417$$

- Criterio: 4

$$A = \left[\frac{V_e * R_c}{46.656 * J} * \left(\frac{V_e^2}{R_c} - 1.27 * e_{max} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \left[\frac{50 * 100}{46.656 * 1.5} * \left(\frac{50^2}{100} - 1.27 * 7 \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 33.926$$

$\frac{s}{g}$: La ABC. se debe tomar el valor mayor $A = 58.857$

5º Cálculo de la longitud de la espiral: "Le"

$$A^2 = R_c * Le$$

$$Le = \frac{A^2}{R_c} = \frac{58.857^2}{100} = 34.641 [m]$$

Adoptamos: $Le = 35 [m]$

6º Cálculo de la deflexión de la espiral: " θ_e "

$$\theta_e = \frac{Le}{2 * R_c} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{35}{2 * 100} = 0^\circ 10' 30'' [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * Le}{\pi * R_c} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * 35}{\pi * 100} = 10^\circ 1' 36.34'' < 16^\circ Ok.$$

7º Cálculo de la deflexión de la curva circular: " Δc "

$$\Delta^{\circ}c = \Delta^{\circ} - 2 * \theta_a$$

$$\Delta^{\circ}c = 20^{\circ}46'20.12 - 2 * 10^{\circ}1'36.34'' = 0^{\circ}43'7.44''$$

El ángulo de deflexión de curva circular es muy pequeño: $\Delta^{\circ}c = 0^{\circ}43'7.44''$

Por lo tanto la Curva se Diseña Como: **(Espiral - Espiral)**

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

Prog PI = 2 + 345

$AZ_{AI} = 80^{\circ}32'15.64''$

$AZ_{IB} = 101^{\circ}18'35.76''$

$\Delta^{\circ} = 20^{\circ}46'20.12''$

PI N=750
E=480

Rc = 100 [m]

Le = 35 [m]

Cu = 20 [m]

INGRESO DE DATOS:



Elegimos la Segunda Opción Cotoides del menú y elegimos Método de las Coordenadas luego presionamos **ENTER**.



Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:

```

PARAMETROS DE LA CURVA:
Espiral-Espiral:
Progresiva Punto Int. PI:
    PI = 2.+345.
Datos Azimuts:
    AZA = 80°32'15.64"
    AZB = 101°18'35.76"
Angulo de Deflexion Δ°:
    Δ° = 20°46'20.12"
Radio de la Curva R:
    R = 100. [m]
Longitud de Espiral Le:
    Le = 35. [m]
Cuerda Unitaria CU:
    Cu = 20. [m]
Coordenadas PI:
    | N = 750.
    | E = 480.
Deflexion de Espiral θe:
    θe =  $\frac{n \times \Delta^\circ}{360^\circ}$  [Rad]
    θe =  $\frac{20^\circ 46' 20.12''}{360^\circ}$ 
    θe = 0°10'52.58" [Rad]
    θe =  $\frac{\Delta^\circ}{2}$ 
    θe =  $\frac{20^\circ 46' 20.12''}{2}$ 
    θe = 10°23'10.06"
Recalculo Longitud Espiral Le:
    Le = 2 x R x (θe)
    Le = 2 x 100. x (0°10'52.58")
    Le = 36.254 [m]
Coordenadas Cartesianas EC:
    XC = Le x [1 -  $\frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360}$ ]

```

$$\begin{aligned}
 X_C &= 36.135 \text{ [m]} \\
 Y_C &= L_e \left[\frac{\theta^3}{3} - \frac{\theta^5}{42} + \frac{\theta^7}{1320} - \frac{\theta^9}{75600} \right] \\
 Y_C &= 2.185 \text{ [m]} \\
 \text{Coordenadas del Punto IC:} \\
 P &= Y_C - R_c \times [1 - \cos(\theta_e)] \\
 P &= 2.185 - 100. \times [1 - \cos(10^\circ 23' 10.06'')] \\
 P &= .547 \text{ [m]} > 0.5 \text{ Ok!} \\
 K &= X_C - R_c \times \sin(\theta_e) \\
 K &= 36.135 - 100. \times \sin(10^\circ 23' 10.06'') \\
 K &= 18.107 \text{ [m]} \\
 \text{Tangente Curva de Enlace Te:} \\
 T_e &= X_C + Y_C \times \tan(\theta_e) \\
 T_e &= 36.135 + 2.185 \times \tan(10^\circ 23' 10.06'') \\
 T_e &= 36.535 \text{ [m]} \\
 \text{Tangente Larga TL:} \\
 TL &= X_C - \frac{Y_C}{\tan(\theta_e)} \\
 TL &= 36.135 - \frac{2.185}{\tan(10^\circ 23' 10.06'')} \\
 TL &= 24.214 \text{ [m]} \\
 \text{Tangente Corta TC:} \\
 TC &= \frac{Y_C}{\sin(\theta_e)} \\
 TC &= \frac{2.185}{\sin(10^\circ 23' 10.06'')} \\
 TC &= 12.12 \text{ [m]} \\
 \text{Externa de Curva Enlace Ee:} \\
 E_e &= \frac{Y_C}{\cos(\theta_e)} \\
 E_e &= \frac{2.185}{\cos(10^\circ 23' 10.06'')} \\
 E_e &= 2.221 \text{ [m]}
 \end{aligned}$$

Cuerda total Curva Espiral CH

$$C.T. = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}$$

$$C.T. = \sqrt{(36.135)^2 + (2.185)^2}$$

$$C.T. = 36.201 [m]$$

Deflexion de Curva Espiral ϕ :

$$\phi = \text{Arctan}\left[\frac{Y_c}{X_c}\right]$$

$$\phi = \text{Arctan}\left[\frac{2.185}{36.135}\right]$$

$$\phi = 3^\circ 27' 37.19''$$

Cálculo de las Progresivas:

Progresiva ProgTE:

$$\text{ProgTE} = \text{ProgPI} - L_e$$

$$\text{ProgTE} = (2. + 345.) - 36.535$$

$$\text{ProgTE} = 2. + 308.465$$

Progresiva ProgEE:

$$\text{ProgEE} = \text{ProgTE} + L_e$$

$$\text{ProgEE} = (2. + 308.465) + 36.254$$

$$\text{ProgEE} = 2. + 344.719$$

Progresiva ProgET:

$$\text{ProgET} = \text{ProgEE} + L_e$$

$$\text{ProgET} = (2. + 344.719) + 36.254$$

$$\text{ProgET} = 2. + 380.973$$

Cálculo de Azimuts:

$$AZ_{A \cdot I} = 80^\circ 32' 15.64''$$

$$\text{Contra Azimut: } AZ_{IA}$$

$$AZ_{I \cdot A} = AZ_{AI} + 180^\circ$$

$$AZ_{I \cdot A} = 260^\circ 32' 15.64''$$

$$\text{Azimuts:}$$

$$AZ_{PI \cdot TE} = AZ_{IA}$$

$$AZ_{PI \cdot TE} = 260^\circ 32' 15.64''$$

$$AZ_{TE \cdot EC} = AZ_{AI} + \phi$$

$$AZ_{TE \cdot EC} = 83^\circ 59' 52.83''$$

$$AZ_{I \cdot B} = 101^\circ 18' 35.76''$$

$$AZ_{PI \cdot ET} = AZ_{I \cdot B}$$

$$AZ_{PI \cdot ET} = 101^\circ 18' 35.76''$$

$$AZ_{ET} \cdot CE = AZ_{PI} \cdot ET + AZ_{PI} \cdot TE - AZ_{TE} \cdot CE$$

$$AZ_{ET} \cdot CE = 277^{\circ}50'58.57''$$

$$\phi = AZ_{AI} + \theta$$

$$\phi = 90^{\circ}55'25.7''$$

$$AZ_{ET} = AZ_{ET} \cdot CE - \phi$$

$$AZ_{ET} = 274^{\circ}23'21.38''$$

CALCULO DE COORDENADAS DE: TE ; EE ; ET ; EE.

DE:	AZIMUT	DH[m]	$\Delta N = DH \cdot \cos AZ$	$\Delta E = DH \cdot \sin AZ$	NORTE	ESTE	A:
-	-	-	-	-	750.	480.	PI
PI	260°32'15.64"	36.535	-6.006	-36.038	743.994	443.962	TE
TE	83°59'52.83"	36.201	3.785	36.003	747.779	479.965	EE
-	-	-	-	-	750.	480.	PI
PI	101°18'35.76"	36.535	-7.165	35.826	742.835	515.826	ET
ET	277°50'58.57"	36.201	4.944	-35.862	747.779	479.964	EE

TRAMO: TE-EE (ESPIRAL) REPLANTEO POR METODO DE LAS COORDENADAS.

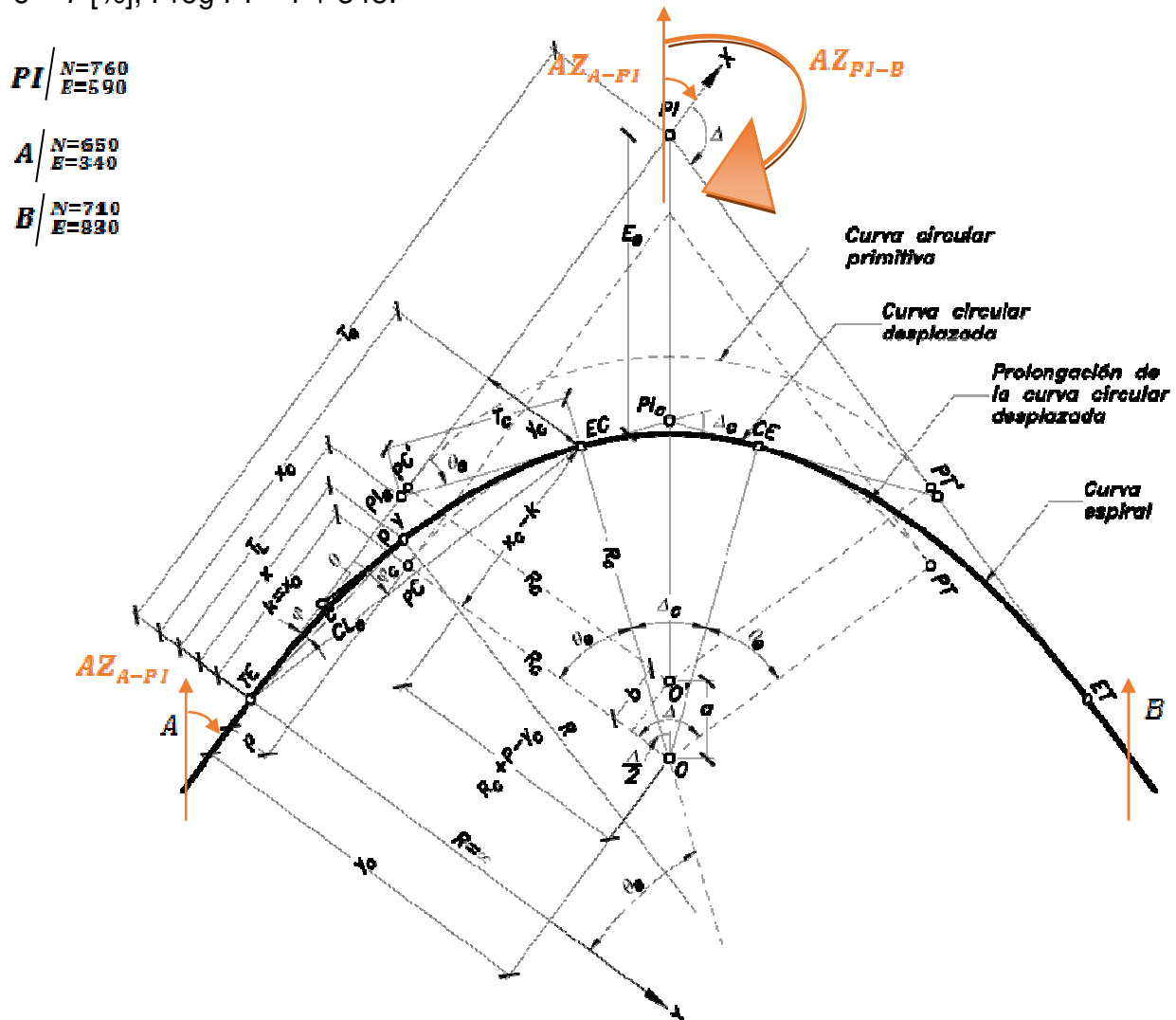
DE:	C.UNITARIA	Li[m]	$\theta_i=(Li/L_e)2\theta_0$	X_i	Y_i	CLi[m]	DEFLEXION: ϕ_i	AZIMUT	$\Delta N=DH \cdot \cos \alpha_2$	$\Delta E=DH \cdot \sin \alpha_2$	NORTE	ESTE	AL
-	-	0.	-	-	-	-	-	80°32'15.64"	-	-	743.994	443.962	TE=2.+308.465
TE=2.+308.465	11.535	11.535	0°1'6.06"	11.535	.071	11.535	0°21'9.58"	80°53'25.22"	1.826	11.39	745.82	455.352	2.+320.
TE=2.+308.465	20.	31.535	0°8'13.75"	31.476	1.44	31.509	2°37'9.86"	83°9'25.5"	3.754	31.285	747.748	475.247	2.+340.
TE=2.+308.465	4.719	36.254	0°10'52.58"	36.135	2.185	36.201	3°27'37.19"	83°59'52.83"	3.785	36.003	747.779	479.965	EE=2.+344.719

TRAMO: ET-EE (ESPIRAL) REPLANTEO POR METODO DE LAS COORDENADAS.

DE:	C.UNITARIA	Li[m]	$\theta_i=(Li/L_e)2\theta_0$	X_i	Y_i	CLi[m]	DEFLEXION: ϕ_i	AZIMUT	$\Delta N=DH \cdot \cos \alpha_2$	$\Delta E=DH \cdot \sin \alpha_2$	NORTE	ESTE	AL
-	-	0.	-	-	-	-	-	274°23'21.38"	-	-	742.835	515.826	ET=2.+380.973
ET=2.+380.973	.973	.973	0°0'0.47"	.973	0.	.973	0°0'0."	274°23'21.38"	.074	-.97	742.909	514.856	2.+380.
ET=2.+380.973	20.	20.973	0°3'38.4"	20.965	.424	20.969	1°9'30.97"	275°32'52.35"	2.027	-20.871	744.862	494.955	2.+360.
ET=2.+380.973	15.281	36.254	0°10'52.58"	36.135	2.185	36.201	3°27'37.19"	277°50'58.57"	4.944	-35.862	747.779	479.964	EE=2.+344.719

EJEMPLO N°7

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS DEFLEXIONES**, la Clotoide en una carretera bidireccional, cuya $V_p = 60$ [Km/hr], ancho de carril $a = 3.0$ [m], $C_u = 20$ [m], $e = 7$ [%], Prog PI = 1 + 345.



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

1º Cálculo de Azimuts: "Az"

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{590 - 340}{760 - 650} \right] = N66^{\circ}15'1.82"E$$

$$AZ_{AI} = 66^{\circ}15'1.82"$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{E_B - E_I}{N_R - N_I} \right]$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{830 - 590}{710 - 760} \right] = S 78^{\circ}13'54.16"E$$

$$AZ_{IB} = 180^{\circ} - RB_{IB} = 180 - 78^{\circ}13'54.16" = 101^{\circ}46'5.84"$$

2º Cálculo del ángulo de Deflexión: "Δº"

$$\Delta^{\circ} = AZ_{IB} - AZ_{AI} = 101^{\circ}46'5.84" - 66^{\circ}15'1.82" = 35^{\circ}31'4.02"$$

3º Cálculo del radio de la curva Circular: "Rmín"

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{V_p}{602.4}$$

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{60}{602.4} = 0.165$$

$$R_{mín} = \frac{Vp^2}{127(f_{rt} + e_{máx})}$$

$$R_{mín} = \frac{(60)^2}{127(0.165 + 0.07)} = 120.623 [m]$$

$$\frac{s}{g}: \text{La } ABC. R_{adoptado} = 1.20 * R_{mín} = 1.20 * 120.623 = 144.748 [m]$$

$$R_c = R_{adoptado} = 145 [m]$$

4º Cálculo del parametro: "A"

- Criterio: 1

$$A = \frac{R}{3} = \frac{145}{3} = 48.333$$

- Criterio: 2

$$A = (12 * R^3)^{0.25} = (12 * 145^3)^{0.25} = 77.772$$

- Criterio: 3

$$A = \left[\frac{n * \alpha * e_{max} * R_c}{m} \right]^{\frac{1}{2}}$$

De Tablas: $m \rightarrow Vp = 60 [Km/hr]$

$$A = \left[\frac{1 * 3 * 7 * 145}{0.6} \right]^{\frac{1}{2}} = 71.239$$

- Criterio: 4

$$A = \left[\frac{Ve * Rc}{46.656 * J} * \left(\frac{Ve^2}{Rc} - 1.27 * e_{max} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \left[\frac{60 * 145}{46.656 * 0.5} * \left(\frac{60^2}{145} - 1.27 * 7 \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 77.096$$

$\frac{s}{g}$: La ABC. se debe tomar el valor mayor $A = 77.772 \approx 80$

5º Cálculo de la longitud de la espiral: "Le"

$$A^2 = Rc * Le$$

$$Le = \frac{A^2}{Rc} = \frac{80^2}{145} = 44.138 [m]$$

Adoptamos: $Le = 50 [m]$

6º Cálculo de la deflexión de la espiral: " θ_e "

$$\theta_e = \frac{Le}{2 * Rc} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{50}{2 * 145} = 0^\circ 10' 20.69'' [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * Le}{\pi * Rc} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * 50}{\pi * 145} = 9^\circ 52' 42.9'' < 16^\circ \text{ Ok}$$

7º Cálculo de la deflexión de la curva circular: " $\Delta^{\circ}c$ "

$$\Delta^{\circ}c = \Delta^{\circ} - 2 * \theta_e$$

$$\Delta^{\circ}c = 35^{\circ}31'4.02'' - 2 * 9^{\circ}52'42.9'' = 15^{\circ}45'38.22''$$

El ángulo de deflexión de curva circular es: $\Delta^{\circ}c = 15^{\circ}45'38.22''$

Por lo tanto la Curva se Diseña Como: **(Espiral - Circular - Espiral)**

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

Prog PI = 1 + 345

$\Delta^{\circ} = 35^{\circ}31'4.02''$

Rc = 145 [m]

Le = 50 [m]

Cu = 20 [m]

INGRESO DE DATOS:



Elegimos la Segunda Opción Cotoides del menú y elegimos Método de las Deflexiones luego presionamos **ENTER**.



Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:

```

PARAMETROS DE LA CURVA:
Espiral-Circular-Espiral:
Progresiva Punto Inf.PI:
    PI = 1.+345.
Angulo de Deflexion δ°:
    δ° = 35°31'4.02"
Radio de la Curva R:
    Rc = 145. [M]
Longitud de Espiral Le:
    Le = 50. [M]
Cuerda Unitaria Cu:
    Cu = 20. [M]
Deflexion de Espiral θe:
    Le
    θe = -----[Rad]
    2×Rc
    50.
    θe = -----
    2×145.
    θe = 0°10'20.69" [Rad]
    90°×Le
    θe = -----
    n×Rc
    90°×50.
    θe = -----
    n×145.
    θe = 9°52'42.9"
Deflexion Curva Circular δc°:
    δc° = δ°-2×θe
    δc°=35°31'4.02"-2×(9°52'42.9")
    δc° = 15°45'38.22"
Grado de Curvatura G°:
    Cu
    G° = 2×Arcsen[-----]
    2×R
    20.
    G° = 2×Arcsen[-----]
    2×145.
    G° = 7°54'32.92"
Longitud de Curva Lc:
    δc°
    Lc = -----×Cu
    G°
  
```

$$L_c = \frac{15^\circ 45' 38.22''}{7^\circ 54' 32.92''} \times 20.$$

$$L_c = 39.854 \text{ [m]}$$

Longitud Curva de Enlace L_E:

$$L = 2 \times L_c + L_c$$

$$L = 2 \times 50. + 39.854$$

$$L = 139.854 \text{ [m]}$$

Coordenadas Cartesianas EC_E:

$$X_C = L_c \times \left[1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} \right]$$

$$X_C = 49.852 \text{ [m]}$$

$$Y_C = L_c \times \left[\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} \right]$$

$$Y_C = 2.867 \text{ [m]}$$

Coordenadas del Punto IC_E:

$$P = Y_C - R_c \times [1 - \cos(\theta_c)]$$

$$P = 2.867 - 145. \times [1 - \cos(9^\circ 52' 42.9'')]$$

$$P = .717 \text{ [m]} > 0.5 \text{ Ok!}$$

$$K = X_C - R_c \times \sin(\theta_c)$$

$$K = 49.852 - 145. \times \sin(9^\circ 52' 42.9'')$$

$$K = 24.976 \text{ [m]}$$

Tangente Curva de Enlace Te:

$$T_e = K + (R_c + P) \times \tan\left(\frac{\theta_c}{2}\right)$$

$$T_e = 24.976 + (145. + .717) \times \tan\left(\frac{\theta_c}{2}\right)$$

$$T_e = 71.645 \text{ [m]}$$

Tangente Largo TL:

$$TL = X_C - \frac{Y_C}{\tan(\theta_c)}$$

$$TL = 49.852 - \frac{2.867}{\tan(9^\circ 52' 42.9'')}$$

$$TL = 33.388 \text{ [m]}$$

Tangente Corta TC:

$$TC = \frac{Y_c}{\text{Sen}(\theta_e)}$$

$$TC = \frac{2.867}{\text{Sen}(9^\circ 52' 42.9'')}$$

$$TC = 16.711 \text{ [m]}$$

Externa de Curva Enlace Ee:

$$Ee = \frac{(Rc+P)}{\cos(\delta^\circ/2)} - Rc$$

$$Ee = \frac{(145.+717)}{\cos(35^\circ 31' 4.02''/2)} - 145.$$

$$Ee = 8.008 \text{ [m]}$$

Cuerda total Curva Espiral Ct:

$$C.T. = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}$$

$$C.T. = \sqrt{(49.852)^2 + (2.867)^2}$$

$$C.T. = 49.934 \text{ [m]}$$

Deflexion de Curva Espiral ϕ_e :

$$\phi_e = \text{Arctan}\left[\frac{Y_c}{X_c}\right]$$

$$\phi_e = \text{Arctan}\left[\frac{2.867}{49.852}\right]$$

$$\phi_e = 3^\circ 17' 29.28''$$

Deflexiones Prog. Curva Espiral Z:

$$\phi_e = \frac{\theta_e}{3} - Z$$

$$Z = 3.1 \times 10^{-3} \theta_e + 2.3 \times 10^{-5} \theta_e^2$$

$$\theta_e = 9^\circ 52' 42.9'' < 16^\circ$$

$$Z = 0^\circ 0' 0.0'' \text{ (Es Despreciable)}$$

Cálculo de las Progresivas:

Progresiva ProgTE:

$$\text{ProgTE} = \text{ProgPI} - T_e$$

$$\text{ProgTE} = (1.+345.)-71.645$$

$$\text{ProgTE} = 1.+273.355$$

Progresiva ProgEC:

$$\text{ProgEC} = \text{ProgTE} + L_e$$

$$\text{ProgEC} = (1.+273.355)+50.$$

$$\text{ProgEC} = 1.+323.355$$

Progresiva ProgC.E.H

$$\text{ProgCE} = \text{ProgEC} + L_c$$

$$\text{ProgCE} = (1.+323.355)+39.854$$

$$\text{ProgCE} = 1.+363.209$$

Progresiva ProgE.H

$$\text{ProgET} = \text{ProgCE} + L_e$$

$$\text{ProgET} = (1.+363.209)+50.$$

$$\text{ProgET} = 1.+413.209$$

REPLANTEO CURVA DE ENLACE (ESPIRAL) TRAMO: TE-EC (METODO DE LAS DEFLEXIONES)

EST.	PROGRESIVA	C.UNITARIA	L	L ²	$k=\theta e/Le^2$	$\theta^2=k \times L^2$	$\phi=\theta^2/3-2$
TE.=	1.+273.355	-	0.	-	-	-	-
1.	1.+280.	6.645	6.645	44.156025	0°0'14.23"	0°10'28.13"	0°3'29.38"
2.	1.+300.	20.	26.645	709.956025	0°0'14.23"	2°48'19.24"	0°56'6.41"
3.	1.+320.	20.	46.645	2175.756025	0°0'14.23"	8°35'50.48"	2°51'56.83"
EC.=	1.+323.355	3.355	50.	2500.	0°0'14.23"	9°52'42.9"	3°17'34.3"

REPLANTEO CURVA DE ENLACE (CIRCULAR) TRAMO: EC-CE (METODO DE LAS DEFLEXIONES)

EST.	PROGRESIVA	C.UNITARIA	D.ACUMULADA	DEF.UNITARIA	DEF.ACUMULADA	Δ DE REPLANTEO
EC.=	1.+323.355	-	0.	-	0°0'0."	0°0'0."
1.	1.+340.	16.645	16.645	3°17'28.29"	3°17'28.29"	3°17'28.29"
2.	1.+360.	20.	36.645	3°57'16.46"	7°14'44.75"	7°14'44.75"
CE.=	1.+363.209	3.209	39.854	0°38'4.24"	7°52'48.99"	7°52'48.99"

REPLANTEO CURVA DE ENLACE (ESPIRAL) TRAMO: ET-CE (METODO DE LAS DEFLEXIONES)

EST.	PROGRESIVA	C.UNITARIA	L	L ²	$k=\theta e/Le^2$	$\theta^2=k \times L^2$	$\phi=\theta^2/3-2$
ET.=	1.+413.209	-	0.	-	-	-	-
1.	1.+400.	13.209	13.209	174.477681	0°0'14.23"	0°41'21.97"	0°13'47.32"
2.	1.+380.	20.	33.209	1102.837681	0°0'14.23"	4°21'28.04"	1°27'9.35"
CE.=	1.+363.209	16.791	50.	2500.	0°0'14.23"	9°52'42.9"	3°17'34.3"

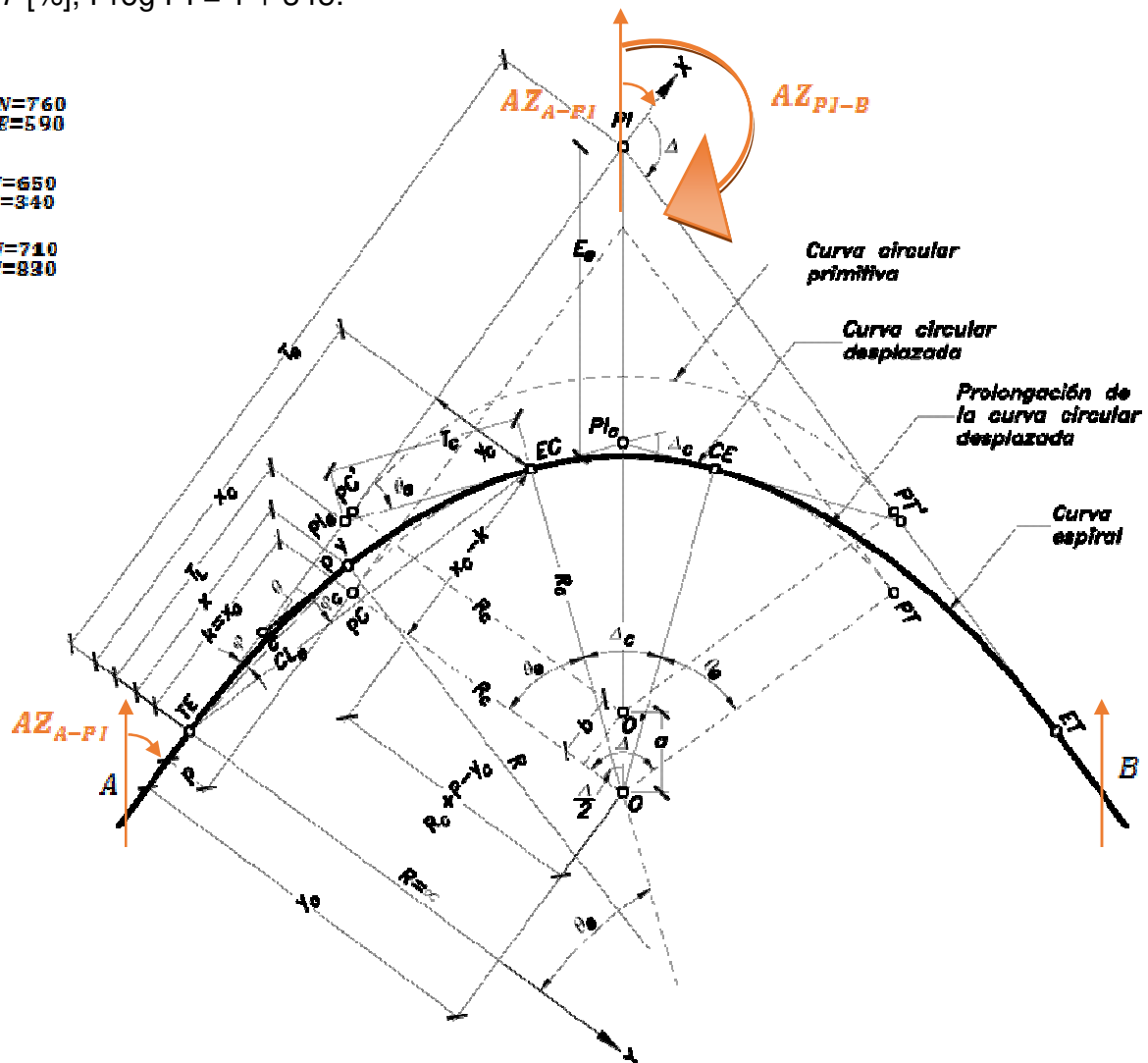
EJEMPLO N°8

Diseñar y replantear por el **METODO DE LAS COORDENADAS**, la Clotoide en una carretera bidireccional, cuya $V_p = 60$ [Km/hr], ancho de carril $a = 3.0$ [m], $C_u = 20$ [m], $e = 7$ [%], Prog PI = 1 + 345.

$$PI \begin{cases} N=760 \\ E=590 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} N=650 \\ E=340 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} N=710 \\ E=830 \end{cases}$$



RESOLUCIÓN:

DISEÑO DE LA CURVA:

1º Cálculo de Azimuts: "Az"

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{E_I - E_A}{N_I - N_A} \right]$$

$$RB_{AI} = \text{Arctan} \left[\frac{590 - 340}{760 - 650} \right] = N66^\circ 15' 1.82'' E$$

$$AZ_{AI} = 66^{\circ}15'1.82''$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{E_B - E_I}{N_R - N_I} \right]$$

$$RB_{IB} = \text{Arctan} \left[\frac{830 - 590}{710 - 760} \right] = S 78^{\circ}13'54.16''E$$

$$AZ_{IB} = 180^{\circ} - RB_{IB} = 180 - 78^{\circ}13'54.16'' = 101^{\circ}46'5.84''$$

2º Cálculo del ángulo de Deflexión: "Δº"

$$\Delta^{\circ} = AZ_{IB} - AZ_{AI} = 101^{\circ}46'5.84'' - 66^{\circ}15'1.82'' = 35^{\circ}31'4.02''$$

3º Cálculo del radio de la curva Circular: "Rmín"

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{V_p}{602.4}$$

$$f_{rt} = 0.265 - \frac{60}{602.4} = 0.165$$

$$R_{mín} = \frac{V_p^2}{127(f_{rt} + e_{máx})}$$

$$R_{mín} = \frac{(60)^2}{127(0.165 + 0.07)} = 120.623 [m]$$

$$\frac{s}{g}: La ABC. R_{adoptado} = 1.20 * R_{mín} = 1.20 * 120.623 = 144.748 [m]$$

$$R_c = R_{adoptado} = 145 [m]$$

4º Cálculo del parametro: "A"

- **Criterio: 1**

$$A = \frac{R}{3} = \frac{145}{3} = 48.333$$

- **Criterio: 2**

$$A = (12 * R^3)^{0.25} = (12 * 145^3)^{0.25} = 77.772$$

- **Criterio: 3**

$$A = \left[\frac{n * \alpha * e_{max} * R_c}{m} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$De Tablas: m \rightarrow V_p = 60 [Km/hr]$$

$$A = \left[\frac{1 * 3 * 7 * 145}{0.6} \right]^{\frac{1}{2}} = 71.239$$

- Criterio: 4

$$A = \left[\frac{V_e * R_c}{46.656 * J} * \left(\frac{V_e^2}{R_c} - 1.27 * e_{max} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \left[\frac{60 * 145}{46.656 * 0.5} * \left(\frac{60^2}{145} - 1.27 * 7 \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 77.096$$

$\frac{s}{g}$: La ABC. se debe tomar el valor mayor $A = 77.772 \approx 80$

5º Cálculo de la longitud de la espiral: "Le"

$$A^2 = R_c * L_e$$

$$L_e = \frac{A^2}{R_c} = \frac{80^2}{145} = 44.138[m]$$

Adoptamos: $L_e = 50[m]$

6º Cálculo de la deflexión de la espiral: " θ_e "

$$\theta_e = \frac{L_e}{2 * R_c} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{50}{2 * 145} = 0^\circ 10' 20.69'' [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * L_e}{\pi * R_c} [Rad]$$

$$\theta_e = \frac{90 * 50}{\pi * 145} = 9^\circ 52' 42.9'' < 16^\circ \text{ Ok}$$

7º Cálculo de la deflexión de la curva circular: " Δ_c "

$$\Delta_c = \Delta^\circ - 2 * \theta_e$$

$$\Delta_c = 35^\circ 31' 4.02'' - 2 * 9^\circ 52' 42.9'' = 15^\circ 45' 38.22''$$

El ángulo de deflexión de curva circular es: $\Delta_c = 15^\circ 45' 38.22''$

Por lo tanto la Curva se Diseña Como: (Espiral - Circular - Espiral)

DATOS PARA INGRESAR AL PROGRAMA:

Prog PI = 1 + 345

$AZ_{AI} = 66^{\circ}15'1.82''$

$AZ_{IB} = 101^{\circ}46'5.84''$

$\Delta^{\circ} = 35^{\circ}31'4.02''$

$PI \begin{matrix} N=760 \\ E=590 \end{matrix}$

Rc = 145 [m]

Le = 50 [m]

Cu = 20 [m]

INGRESO DE DATOS:



Elegimos la Segunda Opción Cotoides del menú y elegimos Método de las Coordenadas luego presionamos **ENTER**.



Ingresamos todos los datos en la unidad que nos pide y presionamos **OK**. ó **ENTER**.

OBTENCION DE RESULTADOS:

```

PARAMETROS DE LA CURVA:
Espiral-Circular-Espiral:
Progresiva Punto Inf. PI:
    PI = 1.+345.
Datos Azimuts:
    AZAa = 66°15'1.82"
    AZaB = 101°46'5.84"
Angulo de Deflexion Δ°:
    Δ° = 35°31'4.02"
Radio de la Curva R:
    Rc = 145. [m]
Longitud de Espiral Le:
    Le = 50. [m]
Cuerda Unitaria Cu:
    Cu = 20. [m]
Coordenadas PI:
    PI | N = 760.
    PI | E = 590.
Deflexion de Espiral θe:
    Le
    θe = -----[Rad]
    2×Rc
    50.
    θe = -----
    2×145.
    θe = 0°10'20.69" [Rad]
    90°×Le
    θe = -----
    n×Rc
    90°×50.
    θe = -----
    n×145.
    θe = 9°52'42.9"
Deflexion Curva Circular Δc°:
    Δc° = Δ°-2×θe
    Δc°=35°31'4.02"-2×(9°52'42.9")
    Δc° = 15°45'38.22"
Grado de Curvatura G°:
    Cu
    G° = 2×Arcsen[-----]
    2×R
  
```

$$G^{\circ} = 2 \times \text{Arcsen}\left[\frac{20.}{2 \times 145.}\right]$$

$$G^{\circ} = 7^{\circ}54'32.92''$$

Longitud de Curva Lc:

$$L_c = \frac{\Delta C^{\circ}}{G^{\circ}} \times C_u$$

$$L_c = \frac{15^{\circ}45'38.22''}{7^{\circ}54'32.92''} \times 20.$$

$$L_c = 39.854 \text{ [m]}$$

Longitud Curva de Enlace L:

$$L = 2 \times L_e + L_c$$

$$L = 2 \times 50. + 39.854$$

$$L = 139.854 \text{ [m]}$$

Coordenadas Cartesianas IC.H:

$$X_C = L_e \times \left[1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360}\right]$$

$$X_C = 49.852 \text{ [m]}$$

$$Y_C = L_e \times \left[\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600}\right]$$

$$Y_C = 2.867 \text{ [m]}$$

Coordenadas del Punto IC.H:

$$P = Y_C - R_C \times [1 - \cos(\theta_e)]$$

$$P = 2.867 - 145. \times [1 - \cos(9^{\circ}52'42.9'')]$$

$$P = .717 \text{ [m]} > 0.5 \text{ Ok!}$$

$$K = X_C - R_C \times \sin(\theta_e)$$

$$K = 49.852 - 145. \times \sin(9^{\circ}52'42.9'')]$$

$$K = 24.976 \text{ [m]}$$

Tangente Curva de Enlace Te:

$$T_e = K + (R_C + P) \times \tan\left(\frac{\Delta^{\circ}}{2}\right)$$

$$T_e = 24.976 + (145. + .717) \times \tan\left(\frac{\Delta^{\circ}}{2}\right)$$

$$T_e = 71.645 \text{ [m]}$$

Tangente Larga TL:

$$TL = X_c - \frac{Y_c}{\tan(\theta_e)}$$

$$TL = 49.852 - \frac{2.867}{\tan(9^\circ 52' 42.9'')}$$

$$TL = 33.388 \text{ [m]}$$

Tangente Corta TC:

$$TC = \frac{Y_c}{\text{Sen}(\theta_e)}$$

$$TC = \frac{2.867}{\text{Sen}(9^\circ 52' 42.9'')}$$

$$TC = 16.711 \text{ [m]}$$

Externa de Curva Enlace Ee:

$$Ee = \frac{(R_c + P)}{\cos(\Delta^\circ/2)} - R_c$$

$$Ee = \frac{(145. + 7.717)}{\cos(35^\circ 31' 4.02''/2)} - 145.$$

$$Ee = 8.008 \text{ [m]}$$

Cuerda total curva Espiral Ct:

$$C.T. = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}$$

$$C.T. = \sqrt{(49.852)^2 + (2.867)^2}$$

$$C.T. = 49.934 \text{ [m]}$$

Deflexion de Curva Espiral ϕ_e :

$$\phi_e = \text{Arctan}\left[\frac{Y_c}{X_c}\right]$$

$$\phi_e = \text{Arctan}\left[\frac{2.867}{49.852}\right]$$

$$\phi_e = 3^\circ 17' 29.28''$$

Cálculo de las Progresivas:

Progresiva ProgTE:

$$\text{ProgTE} = \text{ProgPI} - T_e$$

$$\text{ProgTE} = (1. + 345.) - 71.645$$

$$\text{ProgTE} = 1. + 273.355$$

Progresiva ProgEC:

$$\text{ProgEC} = \text{ProgTE} + L_e$$

$$\text{ProgEC} = (1.+273.355)+50.$$

$$\text{ProgEC} = 1.+323.355$$

Progresiva ProgC.E.H

$$\text{ProgCE} = \text{ProgEC} + Lc$$

$$\text{ProgCE} = (1.+323.355)+39.854$$

$$\text{ProgCE} = 1.+363.209$$

Progresiva ProgE.I.H

$$\text{ProgET} = \text{ProgCE} + Lc$$

$$\text{ProgET} = (1.+363.209)+50.$$

$$\text{ProgET} = 1.+413.209$$

Cálculo de Azimuts:

$$\text{AZ}_{A \cdot I} = 66^{\circ}15'1.82''$$

$$\text{Contra Azimut: } \text{AZ}_{IA}$$

$$\text{AZ}_{I \cdot A} = \text{AZ}_{AI} + 180^{\circ}$$

$$\text{AZ}_{I \cdot A} = 246^{\circ}15'1.82''$$

$$\text{Azimuts:}$$

$$\text{AZ}_{PI \cdot TE} = \text{AZ}_{IA}$$

$$\text{AZ}_{PI \cdot TE} = 246^{\circ}15'1.82''$$

$$\text{AZ}_{TE \cdot EC} = \text{AZ}_{AI} + \phi$$

$$\text{AZ}_{TE \cdot EC} = 69^{\circ}32'31.1''$$

$$\text{AZ}_{I \cdot B} = 101^{\circ}46'5.84''$$

$$\text{AZ}_{PI \cdot ET} = \text{AZ}_{I \cdot B}$$

$$\text{AZ}_{PI \cdot ET} = 101^{\circ}46'5.84''$$

$$\text{AZ}_{ET \cdot CE} = \text{AZ}_{PI \cdot ET} + \text{AZ}_{PI \cdot TE} - \text{AZ}_{TE \cdot EC}$$

$$\text{AZ}_{ET \cdot CE} = 278^{\circ}28'36.56''$$

$$\phi = \text{AZ}_{AI} + \theta$$

$$\phi = 76^{\circ}7'44.72''$$

$$\text{AZ}_{ET} = \text{AZ}_{ET \cdot CE} - \phi$$

$$\text{AZ}_{ET} = 275^{\circ}11'7.27''$$

CÁLCULO DE COORDENADAS DE: TE ; EC ; ET ; CE.

DE:	AZIMUT	DH[m]	$\Delta N = DH \cdot \cos AZ$	$\Delta E = DH \cdot \sin AZ$	NORTE	ESTE	A:
-	-	-	-	-	760.	590.	PI
PI	246°15'1.82"	71.645	-28.854	-65.578	731.146	524.422	TE
TE	69°32'31.1"	49.934	17.453	46.785	748.599	571.207	EC
-	-	-	-	-	760.	590.	PI
PI	101°46'5.84"	71.645	-14.612	70.139	745.388	660.139	ET
ET	278°28'36.56"	49.934	7.361	-49.388	752.749	610.751	CE

TRAMO: TE-EC (ESPIRAL) REPLANTEO POR METODO DE LAS COORDENADAS.

DE:	C.UNITARIA	Li[m]	$\theta_i=(Li/L_e)2\pi\theta_e$	X_i	Y_i	CLi[m]	DEFLEXION θ_i	AZIMUT	$\Delta N=DH \cdot \cos \alpha Z$	$\Delta E=DH \cdot \sin \alpha Z$	NORTE	ESTE	AL
-	-	0.	-	-	-	-	-	66°15'1.82"	-	-	731.146	524.422	TE=1.+273.355
TE=1.+273.355	6.645	6.645	0°0'10.96"	6.645	.007	6.645	0°3'37.28"	66°18'39.1"	2.67	6.085	733.816	530.507	1.+280.
TE=1.+273.355	20.	26.645	0°2'56.26"	26.639	.435	26.643	0°56'7.89"	67°11'9.71"	10.331	24.559	741.477	548.981	1.+300.
TE=1.+273.355	20.	46.645	0°9'.19"	46.54	2.329	46.598	2°51'53.5"	69°6'55.32"	16.612	43.537	747.758	567.959	1.+320.
TE=1.+273.355	3.355	50.	0°10'20.69"	49.852	2.867	49.934	3°17'29.28"	69°32'31.1"	17.453	46.785	748.599	571.207	EC=1.+323.355

TRAMO: EC-CE (CIRCULAR) REPLANTEO POR METODO DE LAS COORDENADAS.

DE:	DEFLEXIONES	AZIMUT	DH[m]	$\Delta N=DH \cdot \cos \alpha Z$	$\Delta E=DH \cdot \sin \alpha Z$	NORTE	ESTE	AL
-	-	76°7'44.72"	-	-	-	748.599	571.207	EC=1.+323.355
EC=1.+323.355	3°17'28.29"	79°25'13.01"	16.645	3.056	16.362	751.655	587.569	1.+340.
1.+340.	7°14'44.75"	86°39'57.76"	20.	1.163	19.966	752.818	607.535	1.+360.
1.+360.	4°35'20.7"	91°15'18.46"	3.209	-.07	3.208	752.748	610.743	CE=1.+363.209

TRAMO: ET-CE (ESPIRAL) REPLANTEO POR METODO DE LAS COORDENADAS.

DE:	C.UNITARIA	Li[m]	$\theta_i=(Li/L_e)2\pi\theta_e$	X_i	Y_i	CLi[m]	DEFLEXION θ_i	AZIMUT	$\Delta N=DH \cdot \cos \alpha Z$	$\Delta E=DH \cdot \sin \alpha Z$	NORTE	ESTE	AL
-	-	0.	-	-	-	-	-	275°11'7.27"	-	-	745.388	660.139	ET=1.+413.209
ET=1.+413.209	13.209	13.209	0°0'43.32"	13.209	.053	13.209	0°13'47.62"	275°24'54.89"	1.247	-13.15	746.635	646.989	1.+400.
ET=1.+413.209	20.	33.209	0°4'33.81"	33.19	.842	33.201	1°27'11.63"	276°38'18.9"	3.838	-32.978	749.226	627.161	1.+380.
ET=1.+413.209	16.791	50.	0°10'20.69"	49.852	2.867	49.934	3°17'29.28"	278°28'36.56"	7.361	-49.388	752.749	610.751	CE=1.+363.209

EL SANTO GRIAL DE LA HP50G:

Primeramente antes de empezar nuestra búsqueda del santo grial de la hp, debemos comenzar entendiendo de que es lo que estamos buscando.

La programación nativa de la Hp, en el caso nuestro el RPL del usuario (User RPL), es un lenguaje de programación básico de alto nivel, en donde se tiene una estructura fácil de seguir, y es completamente imposible que produzcas un daño en la calculadora (claro siempre programando totalmente en User RPL), además que todos los comandos están disponibles en la misma calculadora, y la misma calculadora sirve de compilador a la hora de programar. Pero al ser un lenguaje de alto nivel, el tiempo de ejecución se hace más lento debido a que tiene que hacer una verificación de errores para comprobar de que no ha existido error en la ejecución del programa y no dañar el CPU, es algo parecido al Visual Basic, que cuando se realiza un programa más o menos extenso, se puede notar sensiblemente alguna demora, a comparación de haber programado en otro lenguaje de más bajo nivel, por ejemplo el C. Por otro lado, al programar en el RPL del Usuario solo tenemos acceso a un limitado conjunto de comandos, como quien diría solo los más necesarios en las aplicaciones matemáticas y de ingeniería.

Para solucionar este problema (realmente problema) del tiempo de ejecución, los programadores eventuales de la hp, se decidieron por realizar programas en el RPL del sistema (System RPL), que es un lenguaje de más bajo nivel que el User RPL, debido a que este lenguaje NO HACE VERIFICACIÓN DE ERRORES EN LA COMPILACIÓN, por lo tanto si haces un programa que suma dos números almacenados en la pila, y que al ejecutarlo no existan esos dos números en la pila, la calculadora, se puede decir que entrara en "shock" ya que le pediste que haga un trabajo y no había con que hacer ese trabajo, y como no tiene detector de errores u otras instrucciones en caso de suceda ese problema no sabrá que hacer, lo mandara todo al diablo, y reseteara en frío la calculadora, pudiendo perder los datos almacenados en el directorio HOME y los puertos no protegidos de la calculadora. Pero a cambio de este riesgo que supone programar en el RPL del sistema, obtenemos más velocidad de lo que significaría programar en el RPL del usuario, y además un alcance más amplio de los comandos que tiene la calculadora para programar, ya que el RPL del Usuario es un subconjunto del RPL del sistema, se podría decir en un 25%. Además para poder programar en el sistema es necesario que tengas instalado un compilador extra, ya que la calculadora no compila los programas de manera natural como lo hace con el RPL del usuario, en este caso necesita un ayudita, como ser la librería JAZZ, o el EMACS (este es mi preferido) o en último caso del debug4x, además de tener instalada la biblioteca de fuentes universales UFL, EXTABLE.

Otro lenguaje de más bajo nivel que los dos anteriores mencionados es el ML o lenguaje de máquina, programar en este lenguaje significa programar en el cerebro

mismo de la calculadora, es como si quisieras adentrarte hasta la misma médula que controla todos los movimientos de la calculadora, evidentemente programar en este lenguaje significa, un dominio total de todo lo que significa el CPU interno, y una velocidad máxima a la que se podría aspirar con la calculadora, pero al mismo tiempo un sin fin de posibilidades de dañar la calculadora, ya que programar en ML es como si hicieras un trasplante a corazón abierto, un mal pulso o mala puntería, chau paciente. También se necesita un compilador para poder hacer correr los programas.

Bueno hasta aquí todo lo que hemos hablado se aplica a todas las calculadoras de la serie Hp, pero con un pequeño pero decisivo detalle: Las calculadoras de la serie 48, y la calculadora 49g, tienen un chip procesador SATURNO, en cambio las calculadoras 49g+ y 50g, tienen un procesador ARM samsung S3C2410X-ARM9 (ARM920T), (que para el que le interese, a mí no, puede descargar su manual de aquí: http://www.mculand.com/sub1/mcu/arm9_device/pdf/um_s3c2410x.pdf)

Por lo tanto programar en ML Saturno, no tienen ningún sentido porque este es un chip ARM.

Entonces porque funcionan las calculadoras 49g+ y 50g como las demás anteriores?

La respuesta a esta interrogante es que hp hizo que el chip ARM simule ser un Saturno, dicho de otras palabras solo está EMULANDO!!!, es como si tuviéramos un emulador de la calculadora en nuestro ordenador, pareciera que estuviéramos manejando una calculadora de verdad, pero sabemos de antemano que solo es la emulación de una calculadora, que hagamos lo que hagamos con esa calculadora nunca podremos arruinarla, porque el procesador con que funciona la calculadora emulada es el CPU del ordenador que solo emula ser una calculadora. Del mismo modo las calculadoras 49g+ y 50g, solo emulan ser un Saturno que por lo expuesto anteriormente (que a mi juicio es solo flojera y tacañería de la compañía Hp) no escribió un nuevo lenguaje para las nuevas calculadoras en el chip ARM.

Vaya entonces si con la emulación no tenemos ningún problema, porque querer programar en ARM?

-Una simple respuesta: La tecnología. Los Chip Saturno corren a 4 Mhz, y los modernos ARM son cronometrados por hp a 75 Mhz, ósea mucho más rápido, pero la velocidad real del procesador es mucho más que 75 Mhz!!!, además de ser tecnología de punta, por qué no utilizarla al máximo?

Entonces como podemos programar en el chip ARM?, ya que emulando Saturno no podemos "tocar la médula" de estas nuevas calculadoras.

-Pues la respuesta se da, gracias a Claudio Lapilli que logro que ahora podamos programar en el chip ARM, mediante HPGCC, que es un entorno de programación



en donde podemos programar directamente en el chip ARM, utilizando para ello el lenguaje comercial para programación mas aceptado por todos en el mundo: EL LENGUAJE C. No entrare en detalles de cómo se logra ejecutar un programa hecho para el ARM, desde la emulación del Saturno, ese no es nuestro objetivo. Eso es un tema prohibido para nosotros, guerreros de la verdad!, solo debemos aceptar que eso se puede, y punto...

Por último decirles que yo no soy ningún programador de carrera, solo soy un eventual profesional de Ingeniería Civil, que por azares del destino, un día encontró la señal de que otro mundo si es posible... esa señal fue la calculadora Hp.

AGRADECIMIENTOS:

Esta fue mi búsqueda del santo grail de la hp, en el que desarrollé programas en su mayoría en el entorno de hpgcc, como también en el RPL del Usuario, y si la salvación divina me permitió abarcar el hereje inframundo del System RPL y el ML.

Por demás esta que mi búsqueda del santo grail de la hp, es para conseguir la bendición divina de mi reina: La ingeniería civil.

Muchos caballeros reales ya han partido con excelentes resultados y que ahora son una leyenda entre los libros de los luchadores de ese santo grail: Edwin Córdova con el Secc+ y su espada gloriosa... VIGAG (aquí todos agachamos la cabeza y decimos Amén).

Oscar Fuentes con su excelentísimo Hica49, la luz entre los profetas que fueron a dominar el líquido elemento: el agua... Como olvidar sus traducciones que me sirvieron para aprender este camino que ahora pretendo seguir adelante. Andrés García, con su libro de programación orientada a la ingeniería civil, un verdadero libro de la fe que me enseñó a creer en ese mundo sublime y que está al alcance de la imaginación.

A Roger Broncano por su HpUserEdit una verdadera arma que sirve para empezar a introducirnos al sagrado mundo de la creación.

A Claudio Lapilli un guerrero semidios que logro comunicarse con el mundo paralelo del ARM.

Al creador del FEM, al creador del Openfire, al creador del XCELL48, etc. En fin a todos los usuarios y cooperantes de <http://www.adictoshp.org/> y <http://www.deachp.com/> y <http://www.hpcalc.org/> que son tres templos sagrados de este mundo de números y algoritmos...



LA ORACIÓN DE LOS FIELES:

Este es una oración que encontré entre los libros perdidos del pagano mundo del internet.

Esta será la oración de cada día en mi lucha del santo grial de la hp:

EL CREDO DEL PROGRAMADOR:

Creo en un solo lenguaje de programación, "C" Todopoderoso
Creador de UNIX y de Windows
Creo en un solo "C++", hijo único de "C" Nacido de "C" antes de "Visual C++
""C" de "C", Compilador de Compilador,
"C"(c) copyrighted, Compilado, no interpretado,
de los mismos programadores que el Padre
por quien todo es programado,
que por nosotros los hombres y nuestros servidores
fue desarrollado
y por obra del Lenguaje Binario se encarnó en
ensamblador y se hizo Lenguaje
y por nuestra causa
es ampliamente aceptado en tiempos de Bill Gates.
Decayó y fue olvidado y se renovó al tercer día,
según los usuarios.
Y subieron las ventas, y está ubicado dentro de todo UNIX
Por quien todo es programado
Y de nuevo vendrá mejorado para juzgar a virus y programas
Y su dominio no tendrá fin.
Creo en el lenguaje binario, código y base del sistema
Que precede al padre y al hijo. Que con el padre y el hijo
recibe una misma aplicación y memoria
y que habló por los procesadores...
Creo en la arquitectura IBM, que es una, sólida, compacta y compatible.
Confieso que no hay ni un solo "undo" para la corrección de los errores
Espero la resurrección de las Macs y la vida en un mundo con
Internet...Enter
AMEN!!!!

COMPARANDO HP PRIME vs HP50G:

Calculadora: HP Prime	Calculadora: HP 50g
<p>HP Prime, con su esbelta silueta y refinado diseño en metal pulido nos ofrece desde su pantalla táctil a full color el acceso a sus potentes funciones sin la necesidad de descargar nada extra.</p> <p>Con un sistema operativo completamente rediseñado y hardware de vanguardia HP ha designado a la Prime como su calculadora de 5ta generación.</p> <p>Al contar con una pantalla táctil de fácil acceso y un sistema operativo muy amigable será indistinto el modo que se elija para su uso: RPN ó Algebraico, dejando atrás la tradicional estética de las antiguas calculadoras.</p> <p>Perfecta para las matemáticas e ingeniería. La HP Prime trae un potente lenguaje de programación que permitirá crear desde el más sencillo de los programas hasta las más complejas y potentes aplicaciones. En su menú táctil de aplicaciones encontrarás al graficador de funciones y al graficador avanzado, también una aplicación para geometría interactiva y la tan esperada hoja de cálculo, tres aplicaciones para estadística, solucionadores para ecuaciones lineales y no lineales, un explorador gráfico para funciones cuadráticas, un explorador para funciones trigonométricas, la aplicación para gráficas paramétricas y otra para polares.</p> <p>La HP Prime trae incorporado un excelente escritor de ecuaciones que además es táctil y permite el ingreso de objetos algebraicos básicos como fracciones y números en formato grados hasta sumatorias, derivadas e integrales, pasando por funciones por tramos, límites y matrices.</p> <p>Actualización del Sistema Operativo Procedimiento para actualizar el sistema operativo (firmware) de la HP Prime, novedades y ventajas de cada actualización.</p> <p>Manuales, Guía de Inicio y Guía de Usuario Documentación para el adiestramiento básico,</p>	<p>HP50G la calculadora gráfica más avanzada de HP proporciona una potencia y una flexibilidad máximas para estudiantes universitarios y profesionales de matemáticas, ciencias e ingeniería. La calculadora gráfica HP 50G cuenta con una memoria total de 2,5 MB (1,13 MB disponibles para el usuario), entradas y salidas personalizables, pantalla grande de alto contraste, modos gráficos en 2-D y 3-D, y conectividad USB (cable incluido), a través de un puerto SERIAL y vía Infrarrojo.</p> <p>Solución de sistema de ecuaciones: La aplicación incorporada HP Solve permite ahorrar tiempo: Resuelva ecuaciones para cualquier variable sin tener que volver a escribir la ecuación. Además gracias a las potentes herramientas incorporadas podrá solucionar sistemas de ecuaciones lineales numéricas ó simbólicas en tan solo tres pasos.</p> <p>Representaciones Graficas 2D/3D: En su pantalla de gran tamaño y alto contraste se pueden apreciar claramente las representaciones gráficas que posee: Funciones, Polares, Paramétricas, Cónicas, Ecuaciones Diferenciales, Regresión, Histogramas, Funciones 3D, etc. Además calcule expresiones avanzadas y visualice las soluciones!.</p> <p>Sistema Algebraico Computarizado CAS: La HP50G ofrece manipulación simbólica dinámica y la solución numérica para realizar fácilmente operaciones aritméticas o cálculos complejos, los cuales pueden ser aplicados en la solución de ecuaciones, derivadas, integrales, cálculo de matrices, etc. Incluso mostrando su solución Paso a Paso.</p> <p>Modos de entrada: RPN y Algebraico: introduzca los datos en el formato que le resulte más fácil de utilizar. La Notación Polaca Inversa (RPN) de HP es una</p>

<p>avanzado y programación de la calculadora HP Prime.</p> <p>Programas y el Emulador de la HP Prime Versión actualizada del kit de conexión HP Prime, y del emulador HP Prime, programas varios.</p> <p>Transferencia de Archivos Tutorial detallado para llevar a cabo la transferencia de archivos desde la computadora a la calculadora HP Prime.</p> <p>Transferencia e Instalación de Aplicaciones Tutorial detallado para instalar aplicaciones en la calculadora HP Prime. Podrás acceder a tus nuevas aplicaciones desde la tecla Apps.</p> <p>Memoria: más de 32 MB de RAM Además de las funciones Gamma y Psi: Beta, Zeta, Error (erf), Complemento de error (erfc), Ei, Ci, Si.</p> <p>Procesador más rápido: 400 MHz opuesto a 75 MHz (ambos tienen chips ARM 9).</p> <p>Forma fácil de escribir comentarios dentro de un programa (/).</p> <p>Lenguaje de programación: PPL HP (PROGRAMACION NATIVA DEL USUARIO Y DE ALTO NIVEL)</p>	<p>eficaz secuencia de cálculo que no requiere paréntesis y que reduce la cantidad de teclas utilizadas. Es la forma de uso recomendada por usuarios más avanzados en calculadoras gráficas HP.</p> <p>Gran capacidad de almacenamiento: Posee 2,5 MB de memoria total (512 KB de RAM y 2 MB de flash ROM), de los cuales 330 KB de RAM y 800 KB de flash ROM están disponibles para el usuario, además se puede ampliar la memoria de la HP50G a través de tarjetas SD muy comerciales y fáciles de encontrar. La nueva tecnología de memoria flash permite realizar futuras actualizaciones electrónicas a través del puerto USB ó mediante la tarjeta SD. Puede descargar gratuitamente el nuevo sistema operativo desde la página oficial de HP.</p> <p>Procesador más rápido: 400 MHz opuesto a 75 MHz (ambos tienen chips ARM 9).</p> <p>Transición más fácil de la familia HP 48S / HP 48G / HP 49g +</p> <p>No es necesario tener modos separados para Home y CAS.</p> <p>Lenguaje de programación:</p> <ul style="list-style-type: none"> - USER RPL (MODO ALGEBRAICO) - USER RPL (RPL DEL USUARIO) - SYSTEM RPL (RPL DEL SISTEMA) - ML ENSAMBLADOR (LENGUAJE MAQUINA) <p>HPGCC (PROGRAMADO DIRECTAMENTE EN EL CHIP ARM 9 SAMSUNG)</p>
<p>Puntaje: 70[%]</p>	<p>Puntaje: 99.99[%]</p>

CONCLUSIONES Y CRÍTICAS:

En conclusión la HP 50g fue muy buena en su tiempo y en la actualidad sigue siendo, yo recomiendo la hp50g que es una muy buena calculadora, pero es un poco complejo entender al principio la Sintaxis y la secuencia de RPN, pero una vez que te acostumbras es decir, es una calculadora práctica e intuitiva, si quieres sacarle el verdadero provecho y el máximo poder a la hp50g tienes que leerle su manual de

1200 pág. aprox., pero su manual por sí solo no basta, si quieres programar en la 50g en mi opinión el lenguaje RPL de la hp50g no basta, tienes que aprenderte otros lenguajes de programación por ejemplo: el System RPL en combinación con RPN, entonces sólo conoces parte de lo que la calculadora hp50g puede hacer. El lenguaje de programación System RPL te da el poder de hacer muchas cosas que ni siquiera imaginaste. Por ejemplo, en System RPL puedes manejar objetos de todos los tipos disponibles. Con User RPL solamente puedes acceder a algunos de estos. También puedes hacer operaciones matemáticas con 15 dígitos de precisión, usar arreglos con elementos no numéricos, y mucho más. System RPL puede ser usado para hacer las mismas cosas que los programas hechos en User RPL, pero mucho más rápido.

Tras la decepción de la Hp Prime la cual la tengo botada en un esquina de mi librero, puesto que ni siquiera quiero tocarla porque me dan ganas de romperla en pedazos por la bronca de la estafa de hp, la vendería pero estaría estafando al igual que hp a otra persona, así que prefiero tenerla ahí botada esperando que ojalá algún día tal vez hp se digne en sacar una actualización digna y decente para esta basura llamada HP Prime.

Tras esto recurrí sigue a la hp50g y sigo quedando maravillado, esta si es una calculadora en todo el sentido de la palabra y más que una calculadora parece un computador numérico total, es súper fácil de usar es súper intuitiva y potente, dado que incluso permite el cálculo con una precisión de 15 dígitos es muy versátil y potente que permite interactuar con todas las aplicaciones y programas que existen escritos en todos sus lenguajes de la hp50g.

En lo que respecta a la Hp Prime, no te la recomiendo yo la compre y me siento ESTAFADO en todo el sentido de la palabra, si la comparo con la hp50g, la HP Prime es una calculadora retrograda y obsoleta, obviamente en lo que respecta al software, dado que el hardware es potente, pero de qué sirve una maquina potente con un software de porquería, a mi parecer La Hp Prime es una COPIA BARATA de la casio classpad fx-400 en lo que respecta al software, y RECALCO COPIA BARATA porque ni copiar bien pudieron, por ejemplo:

Solucionador numérico (HP Prime): solo acepta 10 ecuaciones, no permite el uso de variables representativas en el uso de las ecuaciones, lo cual genera confusión cuando trabajas por ejemplo en cálculos que poseen una diversidad de variables (ejemplo: cálculos geodésicos - correcciones, optimizaciones, etc.); es decir tienes que adaptarte a las variables que te permita la calculadora (patético), asimismo presenta limitaciones en los cálculos en lo que respecta a los dígitos y errores, por ejemplo: si $A=6378206.4$ y $B=6356583.8 \Rightarrow (A^2) - (B^2)=C$ donde te dice que $C=0$ en ocasiones y en otras no hace nada o error, ohhhh que paso no se supone que un algoritmo tiene que ser: definido, preciso y finito, es como decir $5*3=65....$ Disculpa (tono sarcástico) que tipo de matemáticas son esas...

Notas: Dejo en blanco, la explicación está más abajo:

Graficas 2D y 3D: si comparamos análisis de gráficos de la hp prime y hp50g, la prime es burda y nada creativa y en lo que respecta a 3D no posee a excepción de una aplicación de terceros que es muy limitada, no tiene comparación con lo fácil e intuitivo y creativo. La hp50g tiene y posee una potente editor de ecuaciones, pero HP Prime no lo tiene, solo tiene plantillas preparadas para cada ecuaciones.

Lenguaje de programación: En la HP Prime es una porquería total, el lenguaje PPL HP, es en lo que más ha retrocedido en comparación con la hp50g, el hp50g tiene 5 lenguajes de programación de lo más Alto Nivel hasta lo más Bajo Nivel. Es cierto que el RPL es tedioso con su RPN y su sintaxis, pero no hay que quitarle méritos, el RPL es potente, versátil y flexible, solo que no es tan sencillo su programación.

Pero el lenguaje PPL HP de la HP Prime es lamentable de Alto Nivel y NO HAY aún un lenguaje de Bajo nivel por lo cual hay un sinfín de piraterías de las pocas programas existentes así quitando los créditos de los autores de los programas escritos en este único lenguaje PPL HP es por el cual no hay una manera de proteger el derecho de autor intelectual.

Por ejemplo en hp50g la entrada de datos **INFORM**, es una de las cosas que rescato del User RPL y el **DoInputForm**, el **Ifmain** claro estos comandos en System RPL son de lo mejor en la hp50g, simplemente una pequeña comparación de lenguajes la HP prime no la tiene, cambio eso y muchas cosas más por un **IMPUP** patético y un **único lenguaje de programación PPL HP Básico** retrogrado.

Algunos usuarios dicen que la hp50g en el cual es tedioso de seguir una secuencia de estructuras de programación y el uso del RPL, también vi quejarse de que la hp50g no se pueden utilizarse grados, minutos y segundos, también vi quejarse que no se puede arrojar resultados entendibles como en una TABLA, fíjese que todo este proceso si se puede y punto.... y lo demuestro en mi programa que presento ahora...

IMPORTANTE: Lo mejor y lo que más rescato de la hp50g fue su escritor de ecuaciones, **hp50g tiene 5 lenguajes de programación de lo más Alto Nivel hasta lo más Bajo Nivel**. Un aplauso para ello, pero en esta Hp Prime lo combinaron en la entrada de texto que es una porquería que no se compara con el escritor de ecuaciones de la Hp50g.

Podría seguir y seguir haciendo comparativas entre la hp50g, la Hp Prime y sacar a relucir los errores que presenta prime, pero en si la conclusión es que la HP prime es una porquería retrograda que no le llega ni a los talones a la Hp50g.

Pero debo agradecer a la compañía de hp por sacar semejante basura como lo es la HP Prime, dado que gracias a esa decepción llego a mis manos la hp50g y seguiré con mi poderosa, potente versátil hp50g y estaré esperando que ojalá algún día tal vez hp se digne en sacar una actualización digna y decente para esta basura llamada HP Prime.



CONDICIONES DE USO:

Este programa se proporciona **tal como está** con la esperanza de que sea útil. No ofrece garantía alguna con respecto a este programa, el autor no se hace responsable ante cualquier persona por daños especiales, colaterales, accidentales o consecuentes relacionados o causados por este programa. Para modificarlo y lanzarlo nueva versión se me debe comunicar y consultar previamente, por lo tanto respetar el derecho intelectual del autor.

DONDE ENCONTRARME:

Si utilizas el programa mándame algún comentario críticas o reportes de error para poder mejorarlo.

Para más programas solo contáctese con el autor mediante:

- <https://m.facebook.com/gregorio.gutierrezquispe?ref=bookmarks>
- alexanderr.fni@gmail.com
- Teléfono Celular WhatsApp: (+591) 77145555



REFERENCIAS:

- Manual Carreteras Volumen: 1 “Manual de Diseño Geométrico” (ABC) Administradora Boliviana de Carreteras.
- “Diseño Geométrico de Carreteras” - Segunda Edición: Bogotá Abril de 2013 “James Cárdenas Grisales”
- Apuntes en clases del cuaderno de la materia de Carreteras I del Docente: “Casto Medinacelli Ortiz” ejercicios selectos resueltos de modelos de examen en la materia CIV-3323, vigente en la Facultad Nacional de Ingeniería.

OTROS PROGRAMAS DE INTERÉS:

- QUIMICA GENERAL
- QUIMICA INORGANICA
- FISICA I
- FISICA II
- FISICA III
- ALGEBRA I
- ALGEBRA II
- CALCULO I
- CALCULO II
- FUNDAMENTOS DE PROGRAMACIÓN
- METODOS NUMERICOS I
- ESTADISTICA I
- ECUACIONES DIFERENCIALES I
- ANALISIS VECTORIAL Y TENSORIAL
- MATERIALES DE CONSTRUCCIÓN
- MECANICA DE ESTRUCTURAS
- RESISTENCIA DE MATERIALES I
- RESISTENCIA DE MATERIALES II
- ANALISIS ESTRUCTURAL
- TECNOLOGIA DEL HORMIGON
- TOPOGRAFIA I
- TOPOGRAFIA II
- MECANICA DE SUELOS I
- MECANICA DE SUELOS II
- MECANICA DE SUELOS APLICADA
- HIDRAULICA I
- HIDRAULICA II
- PLANIFICACION Y OPTIMIZACION DE OBRAS DE INGENIERIA CIVIL
- INSTALACIONES
- GEOLOGIA APLICADA
- GEOMATICA
- HORMIGON ARMADO I
- HORMIGON ARMADO II
- HORMIGON PRESFORZADO
- INGENIERIA SANITARIA I
- INGENIERIA SANITARIA II
- ESTRUCTURAS EN MADERA
- MAQUINARIA Y EQUIPOS DE CONSTRUCCION
- INGENIERIA ECONOMICA
- ESTRUCTURAS METALICAS
- FUNDACIONES
- CARRETERAS I
- CARRETERAS II
- DIRECCION DE OBRAS Y VALUACIONES
- IMPACTO AMBIENTAL EN OBRAS CIVILES
- INGENIERÍA DE TRAFICO
- PUENTES
- FERROCARRILES
- AEROPUERTOS
- ELABORACIÓN DE PROYECTOS
- Y OTROS.

CARRETERAS - I

ANALISIS DE CURVAS HORIZONTALES



Este manual se trata, así como todos los ejemplos incluidos, es un trabajo libre.

Usted puede imprimir esto para uso personal, o para otras personas.

Este manual puede transmitirse o reproducirse en cualquier forma o por cualquier medio, con tal que no se modifiquen los créditos, para modificarlo y lanzarlo nueva versión se me debe comunicar y consultar previamente, por lo tanto respetar el derecho intelectual del autor.

Hewlett-Packard es una marca registrada de la Compañía Hewlett-Packard.

Primera Edición: Diciembre de 2017

Copyright 2017, By: Alexander Gutiérrez Q.

- <https://m.facebook.com/gregorio.gutierrezquispe?ref=bookmarks>
- alexanderr.fni@gmail.com
- Teléfono Celular WhatsApp: (+591) 77145555

ORURO – BOLIVIA



Area: Ingeniería

Colección: Ingeniería e Ingeniería Civil