

## **II. METODO DE ROTURA ACI 318**

## II. MÉTODO DE ROTURA ACI 318.

### 2.1 HISTORIA DEL ACI 318

Para el diseño estructural de los elementos de hormigón armado han sido desarrolladas principalmente dos filosofías: **DISEÑO POR TENSIONES ADMISIBLES** y **METODO DE ROTURA**.

El primero método de diseño fue el mas importante ocupado desde 1900 hasta 1960 aproximadamente, el cual esta basado en la predicción de las tensiones de trabajo en elementos que soportan las cargas de servicios (carga actual o máxima que soportara la estructura), de manera tal que no supere un valor predeterminado para estas tensiones, de acuerdo a las solicitaciones presentes (tensiones admisibles).

**El DISEÑO POR ROTURA**, es un método de calculo conceptualmente mas real en su aproximación a la seguridad estructural que el método anterior, y el cual esta basado en la predicción de las cargas que producen la falla en el elemento mas que en las tensiones bajo las cargas de servicio, y en la predicción del modo de falla cuando la carga es aplicada. Se destaca que desde la publicación del código ACI 318 edición 1963, código que rige el diseño de elementos de hormigón armado, ha habido una rápida transición a este método de calculo.

Haciendo historia, se destaca que la publicación del código **ACI 318-56** fue la primera edición que oficialmente reconoció y permitió el diseño de elementos de hormigón armado por el Método de Rotura; en el apéndice del código, se incluyeron estas recomendaciones.

A su vez, el código **ACI 318-63** trato sobre el método de tensiones admisibles y el método de rotura sobre iguales bases e importancia. Sin embargo, una mayor parte del método de tensiones admisibles fue modificado para reflejar el comportamiento de resistencia última del hormigón.

El código **ACI 318-71** fue basado enteramente en la teoría de la resistencia de los elementos de hormigón, excepto una pequeña sección llamada Método de Diseño Alternativo, ADM, no aplicable a elementos pretensados. La transición hacia el método de rotura fue definitivamente completada en el ACI 318-71, donde este método empezó a ser preferido. Además, en el apéndice A se introdujeron por primera vez recomendaciones para el diseño sísmico.

En el código **ACI 318-77** el método de diseño alternativo fue relegado al apéndice B, que sirvió para separar y clarificar los dos métodos de diseño, donde el cuerpo principal fue para el método de rotura. Además, no se revisaron las disposiciones sísmicas de la versión anterior. Este

método de diseño alternativo permaneció inalterable hasta la versión 1999. Se destaca que en la versión 2002 del código ACI se ha eliminado este método de diseño.

El apéndice anterior se mantuvo en al **ACI 318-83** y **ACI 318-89**. Como el apéndice no es parte oficial del código, existe una referencia en el cuerpo principal (ACI 318 8.1.2) que hace que el Apéndice A sea una parte legal del código. En la versión del año 83 se revisaron las disposiciones sísmicas extensivamente para incluir nuevos requisitos para ciertos sistemas resistentes a sismos ubicados en regiones de sismicidad moderada. Finalmente, en la versión del año 89 se incorporaron dichas disposiciones en el Capítulo 21.

En el **ACI 318-95** todavía existe el apéndice de Método de Diseño Alternativo, y además, se agrego un nuevo apéndice: "Disposiciones Unificadas de Diseño para Elementos de Hormigón Armado y elementos sometidos a flexión y compresión", que intento unificar y simplificar los requerimientos de diseño para esos tipos de estructuras, siendo este el primer nuevo método aparecido en al ACI en muchos años.

A fines del año 1999, se editó el **ACI 318-99** "Código de Diseño de Hormigón Estructural", que ha sido adoptada como norma vigente en Chile. Esta norma incorporo en un solo documento, las disposiciones para todo tipo de hormigón usado para fines estructurales, incluyendo hormigón simple, armado, postensado y secciones compuestas con perfiles de acero o tuberías. Además, el Apéndice A presento un método alternativo de diseño por tensiones admisibles, similar al de la edición ACI 318 –63.

La norma **ACI 318-99** alternativamente permite el uso de un **Método Alternativo de Diseño**, descrito en el Anexo A, en el que se usan las cargas reales de servicio, donde todos los factores de carga y todos los factores de reducción  $\phi$  son iguales a 1.0, y emplea tensiones admisibles para miembros no pretensados. En este método, un elemento estructural (en flexión) es diseñado de manera que el esfuerzo de la acción de las cargas de servicio (sin factores de carga) calculadas con la teoría lineal elástica para flexión no exceda las tensiones admisibles para las cargas de servicio (cargas que se suponen que realmente ocurrirán cuando la estructura este en servicio).

La versión del **ACI 318-02** corresponde a la última edición de esta norma, basada en una mezcla de experiencia, y que entrega requerimientos de diseño y construcción para edificios de hormigón estructural. Sus comentarios, ACI 318R, discuten algunas de las consideraciones del Comité ACI 318, incluyendo detalles y referencias de la preparación del código. Las principales revisiones de esta versión incluyen lo siguiente:

- Un cambio en los valores de diseño por sobrerresistencia (strength overdesign) y criterios de aceptación del hormigón.

- *Inclusión de ASCE 798 factores de carga y factores de modificación  $f$  en el Capítulo 9.*
- *Inclusión de un método de cálculo más simple para el refuerzo de piel para elementos sometidos a flexión y carga axial.*
- *Eliminación de barreras para usar hormigón de alta resistencia.*
- *Provisiones más claras para torsión.*
- *Modificación de provisiones para refuerzo de corte y shearheads en losas.*
- *Provisiones explícitas para elementos de hormigón parcialmente pretensados sometidos a flexión.*
- *Actualización del Capítulo 21, "Disposiciones especiales para el Diseño Sísmico", que incluye nuevos requerimientos para el uso de prefabricados, y requerimientos adicionales para estribos en marcos intermedios, lugares de refuerzo en losas de borde y esquinas de conexiones; y resistencia al corte en losas en dos direcciones usados como marcos de momentos intermedios.*
- *Nuevo Apéndice A: Requerimientos para aplicar modelo de "strut-and-tie".*
- *Nuevo Apéndice D: Anclaje en hormigón.*

## 2.2 ESPECIFICACIONES DE DISEÑO

El diseño de los elementos de hormigón armado es determinado por requisitos específicos para los materiales, para las cargas actuantes, para el análisis estructural, las dimensiones, etc., dados por los códigos o normas de diseño, hechos y/o adoptados por cada país en particular.

El American Concrete Institute, ACI, publica el **"Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary"**, ACI 318-02 y ACI 318R-02, que sirve como guía para el diseño y construcción de edificios de Hormigón Armado (ACI 318-02 M, unidades en S.I.), y que ha sido adoptado por la mayoría de los ingenieros estructurales de nuestro país, permitiendo contar con un estándar mínimo que proporciona estructuras seguras y serviciales.



Fig. "Portada del código de diseño ACI 318-02"

El mayor objetivo del Código ACI 318 es diseñar estructuras de hormigón con una adecuada ductilidad ya que el hormigón es frágil sino tiene una armadura de refuerzo adecuada. La ductilidad describe la habilidad de un elemento de soportar grandes deformaciones sin colapso cuando la falla ocurre, donde las estructuras dúctiles pueden flexionarse y deformarse excesivamente bajo cargas, pero no colapsa. Esta capacidad previene el colapso total de la estructura y da protección a los ocupantes de los edificios. Un elemento frágil significa tener elementos que fallen repentinamente, completamente y sin advertencia, y cuando ocurre una falla frágil, usualmente se desintegra y puede dañar porciones adyacentes a la estructura o sobrecargar otros elementos, ocasionando fallas adicionales.

El código ACI 318 esta basado en el diseño realizado principalmente en dos etapas: una por Resistencia y otra por Servicio:

**- Resistencia:**

En el diseño por Resistencia (seguridad), definido en la sección 9.1.1 del ACI 318, se usan factores de amplificación de la carga para las condiciones ultimas (Sección 9.2), y factores de reducción  $\phi$  de la capacidad para tomar un margen de seguridad por diversos efectos de baja resistencia (sección 9.3.1), con lo cual se tiene un elemento con capacidad para tomar carga más grande que la requerida para soportar las cargas de servicio.

**- Servicio:**

La segunda etapa del diseño, la aptitud para el servicio (ver sección 9.1.2), consiste en controles sobre la deflexión calculada y los anchos de grietas (Secciones 9.5 y 10.6), bajo condiciones de cargas normales de servicio. Esto impide problemas de tolerancias, vibraciones, asegurar el buen funcionamiento de equipos sensible, preservar la apariencia arquitectónica, etc.

Este método de cálculo descrito anteriormente es conocido como **"Diseño por resistencia"**; **"Diseño por Resistencia Ultima"**, o simplemente **"Método de Rotura"**.

## 2.3 ECUACION PRINCIPAL DE DISEÑO

El código de diseño de hormigón estructural ACI 318 establece textualmente lo siguiente (ver 8.1.1. del ACI 318-02):

**“En el diseño de hormigón estructural, los elementos deben dimensionarse para que tengan una resistencia adecuada, de acuerdo con las disposiciones de este código (ACI318), utilizando los factores de carga y los factores de reducción de resistencia  $f$ ”.**<sup>3</sup>

Por consiguiente, el requisito básico es que la resistencia de diseño de un elemento debe ser mayor o igual que la resistencia requerida calculada mediante las combinaciones de carga mayoradas; y la ecuación principal del diseño por resistencia se puede expresar por medio de la siguiente relación:

<b>Resistencia de Diseño <sup>3</sup> Resistencia Requerida = U</b>			
factor de reducción de la resistencia ( $f$ )	x	resistencia nominal	<sup>3</sup> factor de carga x efecto de carga de servicio

donde:

- La **Resistencia de Diseño** de un elemento estructural se calcula multiplicando la Resistencia Nominal por un factor de reducción de resistencia  $f$ , menor o igual que 1.0.
- La **Resistencia Nominal** se calcula de acuerdo a los procedimientos del código ACI318, suponiendo que el elemento tendrá las dimensiones exactas y las propiedades de los materiales usados en el cálculo.
- La **Resistencia Requerida, U**, se calcula multiplicando las cargas de servicio por los factores de carga (mayor o igual a 1), y se expresa en términos de las cargas mayoradas o de las fuerzas y momentos internos correspondientes.

<sup>3</sup> El ACI 318-02 en el punto 8.1.2 establece además “Se permite el diseño del hormigón armado usando las disposiciones del Apéndice B “Disposiciones alternativas para elementos de hormigón armado y pretensado en flexión y compresión”

Considerando lo anterior, se puede escribir para cada solicitación presente en una estructura, las siguientes ecuaciones básicas de diseño:

$$f M_n \leq M_u$$

$$f P_n \leq P_u$$

$$f V_n \leq V_u$$

$$f T_n \leq T_u$$

donde:  $f$ : factor de reducción de la resistencia

$M_n$ ,  $P_n$ ,  $V_n$ ,  $T_n$ : resistencia nominal a flexión, esfuerzo axial, corte y torsión, respectivamente.

$M_u$ ,  $P_u$ ,  $V_u$ ,  $T_u$ : cargas mayoradas a flexión, esfuerzo axial, corte y torsión, respectivamente.

Se destaca que el margen de seguridad de este método de cálculo se obtiene multiplicando la carga de servicio actuante por un factor de carga mayor que 1.0, y la resistencia nominal multiplicándola por un factor de reducción  $f$  menor que 1.0.

Además, los requisitos del ACI se basan en la hipótesis de que si la probabilidad de que existan elementos de menor resistencia que la supuesta es 1/100 y la probabilidad de exceso de carga es de 1/1000; por lo tanto, la probabilidad de tener simultáneamente elementos de menor resistencia sujetas a exceso de cargas es de 1/100000. Los factores de carga se desarrollaron para lograr esa probabilidad en el diseño de hormigón armado.

De esta manera, la relación entre la resistencia basada en estos valores y la resistencia basada en las resistencias nominales de varias secciones típicas se ajustó arbitrariamente para considerar las implicancias de una falla y su modo en un elemento particular, y otras fuentes que pueden hacer variar la resistencia.



---

### 2.3.1 DISEÑO UNIFICADO

*El Método de Diseño Unificado esta orientado a elementos de hormigón no pretensado y pretensado sometido a flexión y a compresión, siendo un método racional muy similar el método de diseño por resistencia en que para dimensionar los elementos emplea cargas mayoradas y factores de reducción de la resistencia. La principal diferencia es que una sección de hormigón se define controlada por compresión o por tracción, dependiendo de la magnitud de la deformación específica neta de tracción  $\epsilon_t$  en la armadura mas próxima a la cara traccionada de un elemento; luego, el factor  $\phi$  se determina según las condiciones de restricción en una sección para la resistencia nominal. Estos requisitos no modifican el cálculo de las resistencia nominales y las principales diferencias se relacionan con la verificación de los limites de armadura para los elementos solicitados a flexión, la determinación del factor  $\phi$  para columnas y el calculo de la redistribución de momentos. Los resultados son muy similares a los obtenidos por el método de diseño por resistencia.*

*Las secciones que fueron reemplazadas por este método fueron trasladadas al apéndice B de la norma ACI 318-02, que aun permite usar estos requisitos.*

## 2.4 FACTOR DE REDUCCION DE LA RESISTENCIA

Los factores de reducción de la resistencia  $f$  reflejan pérdidas inevitables que ocurren en los elementos de hormigón armado y que consideran principalmente los siguientes factores:

- Probabilidad de existencia de elementos de menor resistencia, debido a la variación en la resistencia de los materiales ( $f'_c$  del hormigón:  $f_y$  y  $f_r$  del acero), mano de obra y en las dimensiones de ellas (tolerancias de fabricación, errores geométricos y errores en la colocación de armaduras).
- Inexactitudes e incertidumbres de las ecuaciones de diseño (por ejemplo, uso de bloque rectangular de tensiones, deformación máxima del hormigón igual a 0.003).
- Grado de ductilidad y confiabilidad requerida para el elemento, bajo los efectos de la carga considerada.
- Importancia relativa del elemento dentro de la estructura (refleja el hecho de que las consecuencias de una falla pueden ser graves; pérdida potencial de vidas humanas).

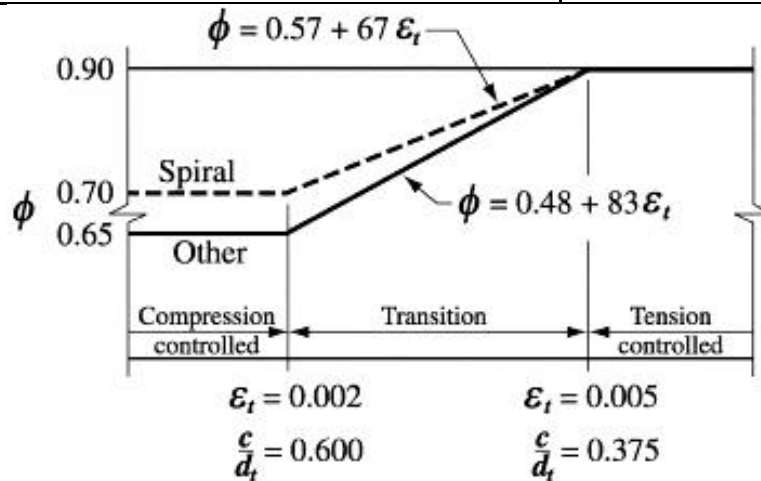
### 2.4.1 CODIGO ACI 318-02

En el ACI 318-02, los factores de reducción de la resistencia  $f$  fueron ajustados para ser compatibles con las recomendaciones del ASCE 7-98 (casi iguales a los dados por el apéndice C del código ACI 318-95). Los valores usados por el Método de Diseño por Resistencia son los siguientes:

Condición	Factor $f$
1. Secciones controladas por tracción	0.90
2. Secciones controladas por compresión <sup>4</sup>	
- Elementos con armadura en espiral que satisface 10.9.3	0.70
- Otros elementos armados	0.65

<sup>4</sup> Se usa un valor menor para elementos controlados por compresión para reflejar su menor ductilidad, su sensibilidad a las variaciones de resistencia del hormigón y porque son elementos que soportan grandes áreas cargadas (mas que los elementos controlados por tracción).

- Cuando exista una sección entre los límites controlados por compresión y controlado por tracción	$f$ aumenta linealmente desde el valor correspondiente a la sección controlada por compresión hasta 0.90, a media que la deformación neta a la tracción aumenta desde el límite controlado por compresión hasta 0.005
- Se puede usar el Apéndice B para elementos en flexocompresión.	Ver Apéndice B ACI 318-02 (ó ver ACI 318 -99)
3. Corte y torsión	0.75
4. Aplastamientos del hormigón (excepto para las zonas de anclajes de postesado y modelo puntal – tensor))	0.65
5. Zonas de anclajes postesado	0.85
6. Modelos puntal - tensor	0.75
7. Hormigón estructural simple (sin armadura) para flexión, compresión, corte y aplastamiento:	0.55



Interpolation on  $c/d_t$ :  
Spiral  $\phi = 0.37 + 0.20/(c/d_t)$   
Other  $\phi = 0.23 + 0.25/(c/d_t)$

Fig. "Variación de  $f$ , expresados en términos de la tracción neta  $\epsilon_t$  y en función de la relación  $c/d_t$  para armadura A63-42H y para acero postesado, para elementos con espiral y estribos (other)."

### SECCION CONTROLADA POR TRACCIÓN (10.3.4 ACI 318-02)

Una sección esta controlada por tracción cuando la deformación unitaria neta de tracción en el refuerzo de acero mas traccionado cumple con que  $\epsilon_t \geq 0.005$ , justo cuando el hormigón en compresión alcanza su deformación máxima de 0.003.

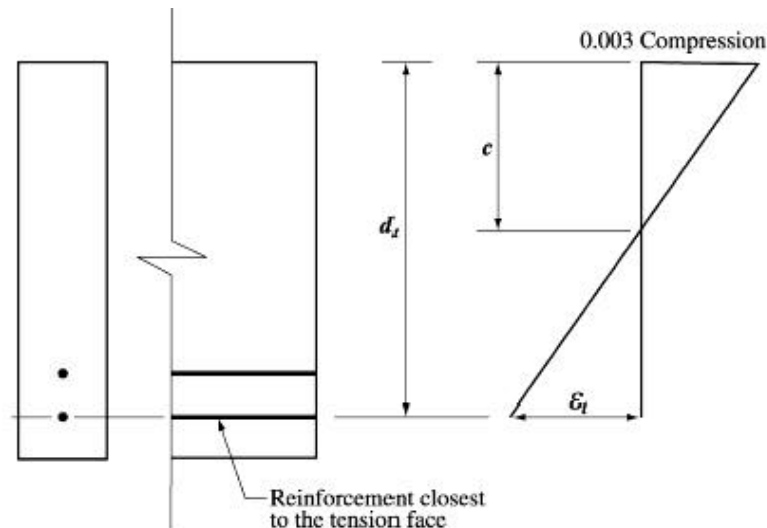


Fig. Diagrama de deformación y deformación neta de tracción

Existe una etapa de transición entre la sección controlada por compresión y por tracción y es cuando la deformación unitaria neta de tracción esta entre el limite de deformación unitaria por compresión y 0.005.

El límite de la deformación neta en tracción para las secciones controladas por tracción se puede establecer en función de  $r/r_b$  (ver ACI 318-99). De esta manera, se asocia el limite de 0.005 de deformación neta a una razón de  $r/r_b = 0.63$  para secciones rectangulares con acero A63-42H.

Además, en elementos no pretensados en flexión ó con carga axial menor a  $0,1f'_cA_g$ , la deformación neta de tracción  $\epsilon_t$  para resistencia nominal debe ser mayor que 0,004, es decir,  $\epsilon_t \geq 0,004$ . El objetivo de esto es restringir la cuantía de acero en vigas no pretensadas a un valor similar a las ediciones anteriores al ACI 318-02, donde el limite de  $0,75r_b$  equivale a una deformación unitaria neta de tracción para la resistencia nominal de 0,00376, valor un poco menor conservador que el propuesto.

### SECCION CONTROLADA POR COMPRESIÓN (10.3.3 ACI 318-02)

Una sección esta controlada por tracción cuando la deformación unitaria neta de tracción en el refuerzo de acero mas traccionado cumple es igual o menor que el limite de deformación unitaria controlada por compresión cuando el hormigón en compresión alcanza su máxima deformación de 0.003. Este límite es la deformación unitaria neta de tracción de la armadura en condiciones de deformación unitaria balanceada. Para el acero A63-42H ( $f_y = 4200$  [kg/cm<sup>2</sup>]) y para todas las armaduras pretensadas, se toma el limite controlada por compresión igual a 0.002.

### ELEMENTOS CON ZUNCHOS O ESPIRAL (10.9.3 ACI 318-02)

La cuantía de la armadura de espiral,  $r_s$ , debe ser mayor que la cuantía dada por la siguiente expresión:

$$r_s \geq 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$$

### 2.4.2 APÉNDICE B ACI 318–02 (Ó CODIGO ACI 318-99)

Alternativamente, En esta edición del código, el factor de reducción depende del tipo de sollicitación presente en el elemento de hormigón armado, y según esta, esta determinado de acuerdo a la siguiente tabla:

Solicitaciones	Factor $f$
1. Flexión sin carga axial	0.90
2. Carga axial y carga axial con flexión	
a. Tracción axial y tracción axial con flexión:	0.90
b. Compresión axial y flexocompresión:	
- Elementos con zunchos (espiral) que cumplen con $r_s \geq 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$ :	0.75

<p>- Otros elementos armados (estribos):</p> <p>- Excepto para valores bajos de compresión axial<sup>5</sup>, se tiene:</p> <p>i. Para elementos en que <math>f_y \leq 420</math> [MPa], con armadura simétrica, y <math>\frac{(h - d' - d_s)}{h} \geq 0.70</math>:</p> <p>ii. Para otros elementos armados</p>	<p>0.70</p> <p>Aumento lineal hasta 0.90, a medida que <math>fP_n</math> disminuye desde <math>0.1f'_cA_g</math> hasta 0.</p> <p>Para estribos, se tiene <math>f = \frac{0.9}{(1 + \frac{0.2P_u}{0.1f'_cA_g})}</math></p> <p>Incremento lineal hasta 0.90, a medida que <math>fP_n</math> disminuye desde <math>0.1f'_cA_g</math> ó <math>fP_b</math>, el que sea menor, hasta 0.</p>
<b>3. Corte y Torsión</b>	0.85
<b>4. Aplastamiento en el hormigón</b>	0.70
<p><b>5. Hormigón estructural simple (sin armadura)</b></p> <p>Flexión, compresión, corte y aplastamiento:</p>	<p>0.65</p> <p>(permite una reserva de resistencia o ductilidad por la ausencia de armadura para corte y flexión).</p>

donde:

$A_g$ : Área bruta de la sección transversal

$A_c$ : Área del núcleo de un elemento sujeto a compresión reforzado con zuncho, medida hasta el diámetro exterior del zuncho.

$fP_n$ : Resistencia nominal a carga axial

$fP_b$ : Resistencia nominal a carga axial, en condiciones balanceadas

Además, existen factores para estructuras que resisten los efectos sísmicos por medios de marcos especiales resistentes a momentos o por medio de muros especiales de hormigón armado, que compensan las inexactitudes en la estimación de la resistencia de los elementos estructurales en los edificios.

<sup>5</sup> El Valor de  $f$  puede incrementarse porque la falla se inicia por fluencia de la armadura de tracción y tiene lugar cada vez de manera más dúctil conforme decrece la relación P/M, y simultáneamente disminuye la variabilidad de la resistencia

## 2.5 TIPOS DE CARGAS

Las cargas presentes en una estructura pueden dividirse principalmente en 3 grandes grupos, las cuales corresponde a las siguientes:

- **Cargas Muertas:**

Las cargas muertas ó de peso propio son cargas que se mantienen constantes en magnitud y con una posición fija durante la vida útil de la estructura (peso propio y sobrecargas permanentes de la estructura).

- **Cargas Vivas:**

Las cargas vivas corresponden a sobrecargas en edificios y a cargas móviles en puentes, las que pueden ser aplicadas total o parcialmente o no estar presentes y también es posible cambiar su ubicación. (cambian de magnitud y posición).

Su magnitud y distribución son inciertas en determinado momento, y sus máximas intensidades a lo largo de su vida útil no se conocen con precisión.

La norma chilena 1537 of 86 "Diseño estructural de edificios – Cargas permanentes y sobrecargas de uso" establece las distintas sobrecargas de usos para las estructuras usadas en Chile.

- **Cargas Ambientales:**

Las cargas ambientales corresponden a cargas de hielo y nieve, presión y succión del viento, cargas sísmicas (fuerzas inerciales causadas por movimientos sísmicos), presiones en el suelo, fuerzas causadas por diferencias de temperaturas. Estas cargas, al igual que las cargas vivas, son inciertas en cuanto a magnitud y distribución.

Las normas chilenas NCh 431, NCh 432 y NCh 433 definen las principales sollicitaciones actuantes en una estructura producto de las cargas de nieve, viento y sismo, respectivamente.

- **Otras cargas:**

Pueden existir otras cargas sobre una estructura, las cuales se deberán evaluar de acuerdo a las condiciones particulares de cada estructura.

## 2.6 MAYORACION DE CARGA

El factor asignado a cada estado de carga esta determinado por el grado de precisión con el cual normalmente se puede calcular la carga y con las variaciones esperables durante su vida útil; además, considera la probabilidad de ocurrencia simultanea de las cargas, y la variabilidad del análisis estructural al calcular los esfuerzos de corte y momentos. No se debe olvidar el signo de la carga, ya que algunas de ellas pueden actuar en dos sentidos (ejemplo: cargas de sismo, de viento, etc.), provocando una reducción o aumento de esfuerzos en algunos elementos.

Las combinaciones de carga mayoradas para determinar la resistencia requerida  $U$ , según el código ACI 318, corresponden al mayor valor de todas las combinaciones que se puedan producir, es decir:

$$U = \text{Maximo}(U_i)$$

Se trata de incluir y definir las combinaciones de carga mas usuales, pero eso no implica que no deba suponerse que están cubiertos todas las combinaciones de carga posibles.

### 2.6.1 CODIGO ACI 318-02

Los factores de carga que utiliza el ACI 318-02 corresponde al ASCE 7, que son los mismos que utiliza el IBC 2000 para el diseño por resistencia de otros materiales y que son memores a los usados en forma tradicional por el ACI.

La resistencia requerida  $U$  debe ser mayor que los efectos de las cargas mayoradas de las siguientes combinaciones de carga, donde el efecto de una o más cargas que no actúan simultáneamente debe ser evaluada:

$$U = 1.4 (D + F) \quad \text{Ec. 9-1}$$

$$U = 1.2 (D + F + T) + 1.6 (L + H) + 0.5 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad \text{Ec. 9-2}$$

$$U = 1.2 D + 1.6 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) + (1.0 L \text{ ó } 0.8 W) \quad \text{Ec. 9-3}$$

$$U = 1.2 D + 1.6 W + 1.0 L + 0.5 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad \text{Ec. 9-4}$$

$$U = 1.2 D + 1.0 E + 1.0 L + 0.2 S \quad \text{Ec. 9-5}$$

$$U = 0.9 D + 1.6 W + 1.6 H \quad \text{Ec. 9-6}$$

$$U = 0.9 D + 1.0 E + 1.6 H \quad \text{Ec. 9-7}$$

donde:  $D$ : Dead load, cargas muertas (peso propio y sobrecargas permanentes).

$F$ : Fluid pressure, peso y presiones de fluidos con densidades bien definidas y alturas máximas controlables, o esfuerzos internos correspondientes.



*T: Incluye asentamientos diferenciales de los apoyos, fluencia lenta del hormigón, retracción de fraguado, y variaciones de temperatura*

*L: Live load, sobrecargas de uso*

*H: Earth pressure, peso y presión del suelo, del agua en el suelo, u otros materiales (empuje de tierras).*

*L<sub>r</sub>: sobrecarga de la techumbre, o esfuerzos internos provocados por ellas.*

*S: carga de nieve, o esfuerzos internos provocados por ellas.*

*R: cargas por lluvia, o esfuerzos internos provocados por ellas.*

*W: Wind load, acción del viento.*

*E: Earthquake load, acción sísmica.*

*Existen algunas excepciones a las combinaciones de carga anteriormente descritas; estas son las siguientes:*

- i. El factor de L en las ecs. 9-3, 9-4 y 9-5 anteriores, se puede reducir a 0.5 excepto para estacionamientos, áreas ocupadas como lugares públicos y zonas donde L es mayor que 5.0 [ton/m<sup>2</sup>].*
- ii. En las ecs 9-4 y 9-6 se puede cambiar 1.6 W por 1.3 W cuando W no se haya reducido por un factor de direccionalidad.*
- iii. En las ecs. 9-5 y 9-7 se puede usar 1.4 E en vez de 1.0 E, cuando el sismo se base en los niveles de servicio de las fuerzas sísmicas*
- iv. En las ecs. 9-6 y 9-7, el facto de H puede ser 0.0 si la acción causada por H neutraliza la acción proveniente de W ó E..*

*Por ultimo, si se considera los efectos del impacto de la carga viva, estos efectos deben ser considerados en el estado de carga L.*

## **2.6.2 APENDICE C ACI 318-99 (ó ACI 318-99)**

*La siguiente tabla muestra las combinaciones de carga mas habituales en un estructura, de acuerdo al Apéndice C del ACI 318-02, equivalente a los descrito en el capítulo 10 del ACI 318-99:*

<b>ESTADO DE CARGA</b>	<b>COMBINACION, U<sub>i</sub></b>
Básica	$U = 1.4 D + 1.7 L$
Vientos	$U = 0.75 (1.4 D + 1.7 L + 1.7 W)$ $U = 0.75 (1.4 D + 1.7 W)$ $U = 0.9 D + 1.3 W$ $U = 1.4 D + 1.7 L$

Sismo	$U = 0.75 (1.4 D + 1.7 L \pm 1.87 E)$ $U = 0.75 (1.4 D \pm 1.87 E)$ $U = 0.9 D \pm 1.43 E$ $U = 1.4 D + 1.7 L$
Presión de Tierras	$U = 1.4 D + 1.7 L + 1.7 H$ $U = 0.9 D + 1.7 H$ $U = 1.4 D + 1.7 L$
Fluidos	Sumar 1.4 F a todas las cargas que incluyan L
Impacto	Sustituir L por (L+I)
Efectos de asentamientos, flujo plástico, retracción de fraguado, o cambios de temperatura	$U = 0.75 (1.4 D + 1.4 T + 1.7 L)$ $U = 1.4 (D + T)$

donde: I: Cargas de Impacto.

Se destaca que para el estado de carga sísmico sobre una estructura, se recomienda ocupar las combinaciones de carga dadas por las normas chilenas NCh 433 of 96, y NCh 2369 of 02, las que consideran la realidad chilena. Estas son las siguientes:

$$U = 1.4 (D + 0.5 L \pm E)$$

$$U = 0.9 D \pm 1.4 E$$

### 2.6.3 METODO DE ANÁLISIS:

Como norma general, todos los elementos de marcos o estructuras continuas deben diseñarse para resistir los efectos máximos producidos por las cargas mayoradas determinadas por medio del análisis elástico. Sin embargo, como alternativa al análisis de marcos, el ACI 318-02 en el punto 8.3.3 permite utilizar valores conservadores en el diseño de vigas continuas y losas en una dirección, los siguientes momentos, siempre y cuando se cumpla las condiciones enumeradas a continuación:

- Hay 2 o mas vanos.
- Los vanos son aproximadamente iguales, con una diferencia máxima de un 20%
- Las cargas son uniformemente distribuidas
- La sobrecarga unitaria no excede 3 veces la carga permanente unitaria
- Los elementos son prismáticos

<b>Momento positivo</b>		
	<b>Vanos extremos:</b>	
	- Extremo discontinuo no esta restringido	$\frac{q_u l_n^2}{11}$
	- Extremo discontinuo es monolítico con el apoyo	$\frac{q_u l_n^2}{14}$
	<b>Vanos interiores</b>	$\frac{q_u l_n^2}{16}$
<b>Momento negativo en la cara exterior del primer apoyo interior</b>		
	<b>Dos vanos</b>	$\frac{q_u l_n^2}{9}$
	<b>Mas de 2 vanos</b>	$\frac{q_u l_n^2}{10}$
<b>Momento negativo en las demás caras de apoyos interiores</b>		$\frac{q_u l_n^2}{11}$
<b>Momento negativo en la cara de todos los apoyos para:</b>		
	Losas con luces que no excedan de 3.0 m, y vigas donde la	$\frac{q_u l_n^2}{12}$
<b>Momento negativo en la cara interior de los apoyos exteriores para los elementos contruidos monolíticamente con sus apoyos</b>		
	Apoyo es una viga de borde	$\frac{q_u l_n^2}{24}$
	Apoyo es una columna	$\frac{q_u l_n^2}{16}$
<b>Esfuerzo de corte en elementos extremos en la cara del primer apoyo interior</b>		$1.15 \frac{q_u l_n^2}{2}$
<b>Esfuerzo del corte en la carta de todos los demás apoyos</b>		$\frac{q_u l_n^2}{2}$

donde:  $q_u$ : carga mayorada por unidad de longitud de viga, o por unidad de área de losa.

$l_n$ : luz libre para momento positivo o corte y promedio de las luces libre adyacentes para momento negativo

---

#### **2.6.4 RESISTENCIA DE DISEÑO PARA LA ARMADURA**

Los diseños de hormigón armado no deben basarse en aceros con tensión de fluencia  $f_y$  que exceda los 560 [MPa], excepto para cables pretensados; no obstante, en el código de diseño ACI 318 existen otras condiciones que limitan el valor de  $f_y$  a 420 [MPa], que tienen que ver con:

- corte y torsión (ver secciones 11.5.2, 11.6.3.4, y 11.7.6).
- cáscaras, placas plegadas, y estructuras que se rigen por disposiciones sísmicas especiales del capítulo 21 (ver secciones 19.3.2 y 21.2.5).
- control de deformaciones (ver sección 9.5), y distribución de armadura en flexión (ver sección 10.6).

## 2.7 HIPÓTESIS BÁSICAS MÉTODO DE ROTURA

Dos condiciones fundamentales se deben satisfacer siempre cuando se calcula la resistencia de un elementote hormigón por medio del método de diseño por resistencia. Estas condiciones corresponden a las siguientes:

- i. **Equilibrio Estático** entre las fuerzas de tracción y compresión que actúan en la sección transversal de hormigón para las condiciones de resistencia nominal.
- ii. **Compatibilidad de deformaciones** entre el hormigón y el acero, para condiciones de resistencia nominal.

Por otro lado, las **Hipótesis Básicas** en la resistencia del hormigón armado sujetos a flexión y cargas axiales son las siguientes:

- i. Se cumple la Hipótesis de Bernoulli: las secciones que eran planas antes de la carga, permanecen planas después de solicitarse (se desprecia el alabeo). En otras palabras, se puede establecer que las deformaciones se suponen directamente proporcional a su distancia al eje neutro, excepto para vigas altas en las cuales se debe considerar una distribución no lineal de las deformaciones.
- ii. Existe una perfecta adherencia entre el hormigón y el acero; la deformación del acero y del hormigón en un punto es igual.
- iii. La resistencia a la tracción del hormigón es despreciable, y no debe considerarse en los cálculos de elementos de hormigón armado sujetos a flexión y a carga axial. Nota que para el agrietamiento y la deformación con las cargas de servicio cobra especial importancia la resistencia a tracción del hormigón.
- iv. La curva tensión deformación del acero es conocida.
- v. La curva tensión deformación del hormigón es conocida.

### DEFORMACIONES DEL HORMIGÓN Y DEL ACERO

El ACI considera que la máxima deformación unitaria  $\epsilon_{cr}$  utilizable en la fibra extrema sometida a compresión del hormigón es de 0.003 (ver sección 10.2.3 ACI 318-02) (en cambio, el CEB considera que la deformación unitaria del hormigón  $\epsilon_{cr}$  es igual a 0.0035).

No se conoce un criterio exacto para la determinar la falla del hormigón a compresión, pero experimentalmente se han medido deformaciones unitarias para vigas rectangulares entre 0.003 a 0.004 inmediatamente antes de la falla del hormigón (con cementos especiales se puede alcanzar hasta un valor de  $\epsilon_{cr}$ , de 0.008); luego, utilizar en forma conservadora un valor de 0.003 para determinar la falla del elemento de hormigón, permite una predicción suficientemente precisa y segura de la resistencia ultima.

Para el acero, el ACI no coloca máximos para la deformación unitaria, y solo se chequea la fisuración (se acepta que el acero falla cuando la tensión del acero alcanza la tensión de fluencia, es decir, se tiene que  $s_s = f_y$ ); a diferencia del CEB, el cual establece que el acero falla cuando se cumple que la deformación unitaria máxima cumple con  $e_{s\ max} = 0.01$  (sí se supera este valor, se produce una grieta).

La tensión en la armadura se toma en función de la deformación de acero,  $e_s$ , y el aumento en la resistencia debido al efecto del endurecimiento por deformación en la armadura no se considera para los cálculos de resistencia. Por lo tanto, la tensión en la armadura de acero se calcula como (ver 10.2.4 ACI 318-02):

$$e_s \leq e_y \Rightarrow s_s = E_s e_s \quad (\text{es decir, el acero no fluye})$$

$$e_s > e_y \Rightarrow s_s = f_y \quad (\text{es decir, el acero fluye})$$

donde:  $e_s$ : deformación unitaria del acero.

$e_y$ : deformación unitaria del acero, cuando se alcanza la fluencia.

$s_s$ : tensión en el acero.

$f_y$ : tensión de fluencia de acero.

$E_s$ : Módulo de elasticidad del acero.

## 2.8 DISTRIBUCION RECTANGULAR EQUIVALENTE DE ESFUERZOS

El Método de Rotura, descrito en el Código ACI 318, basado en conceptos básicos de mecánica estructural y de experimentación, se puede aplicar a vigas con formas distintas a la sección rectangular, con diferentes refuerzos de acero, y para solicitaciones de flexión y fuerza axial (compresión y tracción). Sin embargo, las ecuaciones para los casos mas complicados resultan complicadas y largas, con los posibles errores de interpretación, numéricos y de manejo de ecuaciones.

Según esta metodología de calculo, se puede reemplazar la distribución real de esfuerzos mediante una distribución ficticia, con una forma geométrica simple (parabólica, trapezoidal, rectangular, etc.), siempre y cuando produzca la misma fuerza total de compresión aplicada en la misma ubicación que en el elemento real cuando este en el punto de falla. No olvidar que se intenta predecir la resistencia que coincida con los resultados de ensayos representativos.

Esta suposición reconoce la distribución inelástica de esfuerzos del hormigón bajo grandes esfuerzo. A medida que aumentan los esfuerzos, se pierde la proporcionalidad a la deformación, siendo la forma general una función de la resistencia del hormigón, compleja y por lo general, de forma desconocida.

El ACI 318 permite utilizar una distribución rectangular equivalente de tensiones en el hormigón, en reemplazo de distribuciones de esfuerzos más exactas, definida como una tensión en el hormigón de  $0.85 f'_c$  uniformemente distribuida en una zona de compresión equivalente, limitada por los extremos de la sección transversal y por una línea recta paralela al eje neutro, ubicada a una distancia de  $a = \beta_1 c$ , a partir de la fibra de deformación unitaria máxima en compresión; es decir, en el bloque rectangular de esfuerzo se utiliza un esfuerzo promedio de  $0.85 f'_c$  con un rectángulo de altura  $a = \beta_1 c$ .

Esquemáticamente, se tiene lo siguiente:

Zona hormigón comprimido

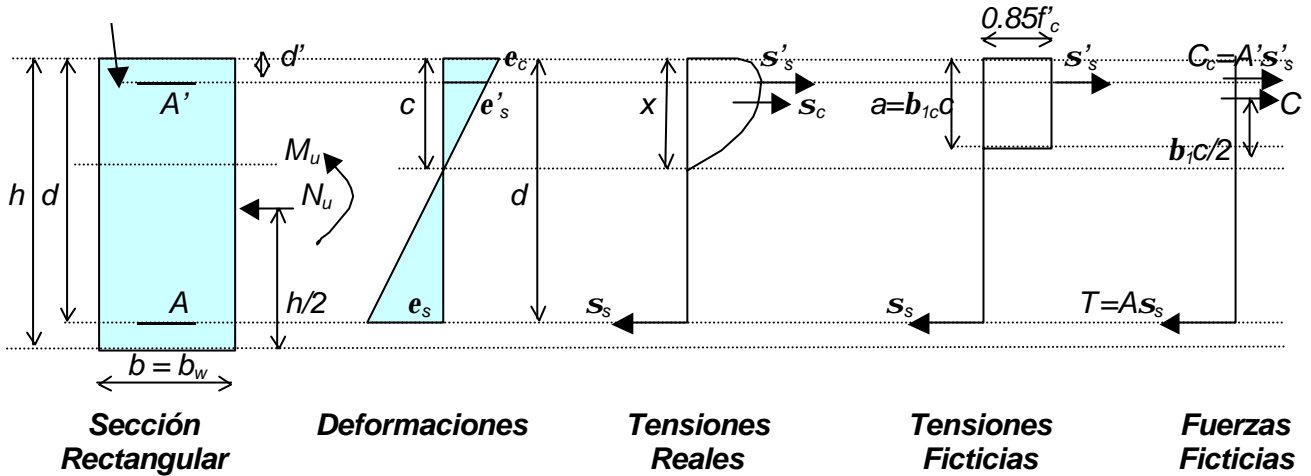


Fig. "Método de Rotura aplicado a una sección rectangular"

donde:

$h$ : Altura de la sección rectangular.

$b$ : Ancho de la sección rectangular (o ancho del borde en compresión del elemento).

$b_w$ : Ancho del alma.

$d$ : Altura útil, distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centro de gravedad de la armadura en tracción.

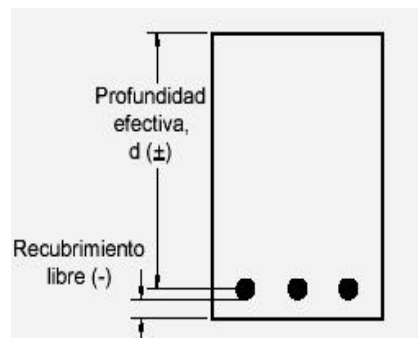


Fig. "Profundidad efectiva  $d$  y recubrimiento libre de una sección rectangular"

$d_t$ : distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el acero mas traccionado.

$d'$ : Altura útil, medido desde fibra comprimida a Área de acero comprimido.

$M_u$ : Momento mayorado.

$N_u$ : Esfuerzo axial mayorado, actuando en el centro de gravedad de la sección.

$A$ : Área de acero traccionado.

$A'$ : Área de acero comprimido.



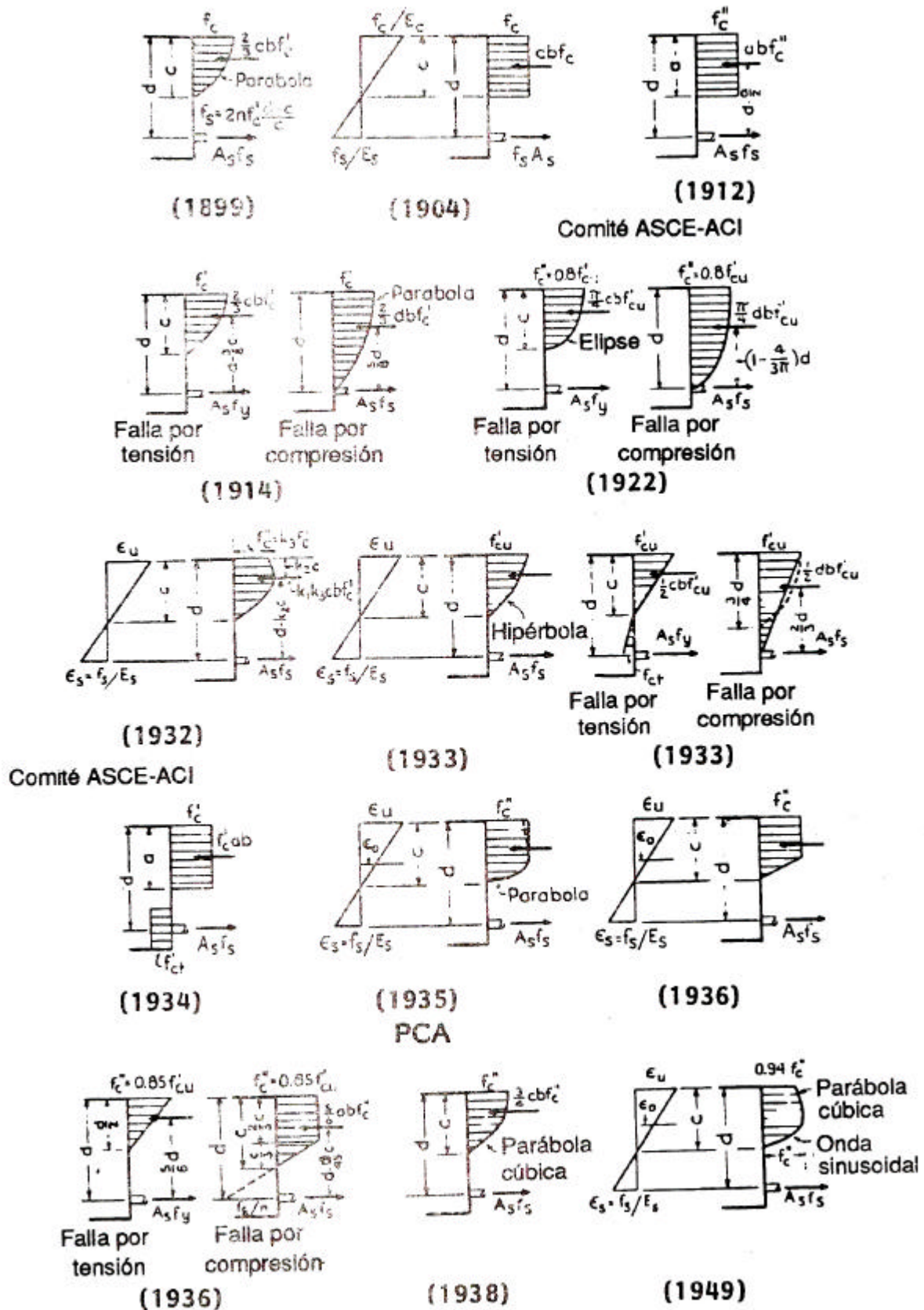


Fig. "Desarrollo de las teorías de flexión en la resistencia ultima"

$c$  ó  $x$ : Ubicación de la línea neutra<sup>6</sup>, medido desde la fibra extrema comprimida de la sección a la línea neutra.

$e_c$ : Deformación unitaria del hormigón.

$e_s'$ : Deformación unitaria del acero comprimido.

$e_s$ : Deformación unitaria del acero traccionado.

$e_t$ : Deformación unitaria neta de tracción en el acero mas traccionado, para la resistencia nominal.

$f'_c$ : resistencia a la compresión cilíndrica del hormigón, medido a los 28 días.

$b_1$ : factor definido por el código ACI 318 como:

$$\text{Si } f'_c [\text{MPa}] \leq 30 [\text{MPa}]: \quad b_1 = 0.85$$

$$\text{Si } f'_c [\text{MPa}] > 30 [\text{MPa}]: \quad b_1 = 0.85 - 0.008 (f'_c - 30) \geq 0.65$$

$$a = b_1 x, \text{ ó } a = b_1 c$$

$$C: \text{ Fuerza de compresión del hormigón; } C = 0.85 f'_c b_1 x b$$

$$C_c: \text{ Fuerza de compresión del acero; } C_c = A' s_s'$$

$$T: \text{ Fuerza de tracción del acero; } T = A s_s$$

## COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES

Las ecuaciones de deformación unitaria para los distintos materiales, según el esquema anterior, corresponden a las siguientes relaciones, obtenidas según compatibilidad de deformaciones entre el hormigón y el acero:

$$\frac{e_c}{x} = \frac{e_s'}{x - d'}$$

$$\frac{e_c}{x} = \frac{e_s}{d - x}$$

$$\frac{e_s'}{x - d'} = \frac{e_s}{d - x}$$

De las ecuaciones anteriores, se deduce que la Deformación Unitaria para el acero comprimido  $e_s'$  y para el acero traccionado  $e_s$  en función de la ubicación de la línea neutra corresponde a:

<sup>6</sup> Línea Neutra: Línea donde la tensión y la deformación en una sección es nula.

$$e_s' = e_c \frac{x - d'}{x}$$

$$e_s = e_c \frac{d - x}{x}$$

## ECUACIONES DE DISEÑO

Las **Ecuaciones Generales de Diseño de Hormigón Armado** son desarrolladas a partir de la ecuación básica del Método de Rotura (Resistencia de Diseño <sup>3</sup> Resistencia Requerida) y del planteamiento de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos en la sección transversal analizada, considerando las fuerzas internas que se producen ( $C$ ,  $C_c$  y  $T$ ) y las fuerzas externas solicitantes ( $M_u$ , y  $N_u$ ).

La ecuación de equilibrio de fuerzas, se escribe:

Sean :

$$N_n = C + C_c - T$$

$$N_{requerida} = N_u$$

entonces, se tiene :

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow f N_n = N_{requerida}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow f(C + C_c - T) = N_u$$

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow f(0.85 f'_c b_1 x b + A' s_s' - A s_s) = N_u$$

La ecuación de equilibrio de momentos, considerados con respecto a la armadura en tracción de la sección, es la siguiente:

Sean :

$$M_n = C(d - \frac{b_1 x}{2}) + C_c(d - d')$$

$$M_{requerida} = M_u + N_u(d - \frac{h}{2}) = M_{ue}$$

entonces, se tiene :

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow f M_n = M_{requerida}$$

$$\sum \vec{M} = 0 \Leftrightarrow f \left( C(d - \frac{b_1 x}{2}) + C_c(d - d') \right) = M_u + N_u(d - \frac{h}{2}) = M_{ue}$$

$$\sum \vec{M} = 0 \Leftrightarrow f \left( 0.85 f'_c b_1 x b (d - \frac{b_1 x}{2}) + A' s_s' (d - d') \right) = M_u + N_u(d - \frac{h}{2}) = M_{ue}$$

De las ecuaciones anteriores, se desprende que los parámetros de diseño que intervienen son de distintas naturaleza, algunos conocidos y otros desconocidos, y que corresponden a los siguientes para el caso mas general:

<b>Geometría</b>	<b>Materiales</b>	<b>Solicitaciones</b>	<b>Incógnitas</b>
$h, b$	$f'_c, f_y$	$M_u, N_u$	$A, A', x$
$d, dt, d'$	$b_1, e_c, e_y$	$f$	$s_s, s'_s, e_s, e'_s, e_t$

## 2.9. ECUACIONES GENERALES DE DISEÑO

### 2.9.1 VARIABLES ADIMENSIONALES

Con el objeto de simplificar las ecuaciones que rigen el diseño de los elementos de hormigón armado sometidos a flexión se utilizan las variables y ecuaciones adimensionales. Estas variables adimensionales son usadas y reemplazadas en las Ecuaciones Generales de Diseño, y corresponden a las siguientes definiciones (para sección rectangular):

$$\begin{aligned} m &= \frac{M_u + N_u \left( d - \frac{h}{2} \right)}{f(0.85 f'_c b d^2)} = \frac{M_{ue}}{f(0.85 f'_c b d^2)} \\ n &= \frac{N_u}{f(0.85 f'_c b d)} \\ w &= \frac{A f_y}{0.85 f'_c b d} \\ w' &= \frac{A' f_y}{0.85 f'_c b d} \\ x &= \frac{x}{d} \\ d' &= \frac{d'}{d} \end{aligned}$$

### 2.9.2 ECUACIONES GENERALES DE DISEÑO ADIMENSIONALES

Para obtener ecuaciones adimensionales, se divide la ecuación general de Equilibrio de Fuerzas por el término  $f 0.85 f'_c b d$ , obteniéndose la expresión:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} = 0 &\Leftrightarrow f(0.85 f'_c b_1 x b + A' s'_s - A s_s) = N_u \\ \sum \vec{F} = 0 &\Leftrightarrow f \left( \frac{0.85 f'_c b_1 x b}{f 0.85 f'_c b d} + \frac{A' s'_s}{f 0.85 f'_c b d} - \frac{A s_s}{f 0.85 f'_c b d} \right) = \frac{N_u}{f 0.85 f'_c b d} \\ \sum \vec{F} = 0 &\Leftrightarrow \left( \frac{b_1 x}{d} + \frac{A' s'_s}{0.85 f'_c b d} \frac{f_y}{f_y} - \frac{A s_s}{0.85 f'_c b d} \frac{f_y}{f_y} \right) = \frac{N_u}{f 0.85 f'_c b d} \\ \sum \vec{F} = 0 &\Leftrightarrow \left( b_1 x + w' \frac{s'_s}{f_y} - w \frac{s_s}{f_y} \right) = n \end{aligned}$$

Dividiendo la ecuación de equilibrio de Momentos por el término  $f' 0.85 f'_c b d^2$ , se tiene la expresión:

$$\Sigma \vec{M} = 0 \Leftrightarrow f' \left( 0.85 f'_c b_1 x b \left( d - \frac{b_1 x}{2} \right) + A' s'_s (d - d') \right) = M_u + N_u \left( d - \frac{h}{2} \right) = M_{ue}$$

$$\Sigma \vec{M} = 0 \Leftrightarrow f' \left( \frac{0.85 f'_c b_1 x b}{f' 0.85 f'_c b d^2} \left( d - \frac{b_1 x}{2} \right) + \frac{A' s'_s (d - d')}{f' 0.85 f'_c b d^2} \right) = \frac{M_u + N_u \left( d - \frac{h}{2} \right)}{f' 0.85 f'_c b d^2}$$

$$\Sigma \vec{M} = 0 \Leftrightarrow \left( \frac{b_1 x}{d^2} \left( d - \frac{b_1 x}{2} \right) + \frac{A' s'_s (d - d')}{0.85 f'_c b d^2} \frac{f_y}{f_y} \right) = \frac{M_u + N_u \left( d - \frac{h}{2} \right)}{f' 0.85 f'_c b d^2}$$

$$\Sigma \vec{M} = 0 \Leftrightarrow \left( b_1 x \left( 1 - \frac{b_1 x}{2} \right) + w' \frac{s'_s}{f_y} (1 - d') \right) = m$$

Reduciendo las ecuaciones ya deducidas en términos de las variables adimensionales definidas anteriormente, se logra la transformación a las siguientes **Ecuaciones Generales de Diseño en Ecuaciones Adimensionales**, de fácil uso:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Leftrightarrow b_1 x + w' \frac{s'_s}{f_y} - w \frac{s_s}{f_y} = n$$

$$\Sigma \vec{M} = 0 \Leftrightarrow b_1 x \left( 1 - \frac{b_1 x}{2} \right) + w' \frac{s'_s}{f_y} (1 - d') = m$$

Estas ecuaciones representan un sistema de ecuaciones adimensionales para el diseño de elementos de hormigón armado.

### **III. FLEXION**

### III. FLEXION PURA EN VIGAS

#### 3.1 ACERO BALANCEADO

Para el caso de que una sección transversal de hormigón armado este solicitada por un estado de **Flexión Pura**, se cumple la condición de que no existe esfuerzo axial, es decir,  $N_u=0$ ; y solo existe momento,  $M_u$ .

Para asegurar el comportamiento dúctil y controlar las fallas, el ACI permite solo el diseño de vigas subreforzada o subdimensionada. La máxima área de acero permitida en una sección se desarrolla considerando un nivel de deformación en el hormigón en el mismo instante que el acero empieza a fluir.

La ductilidad depende principalmente de la magnitud de la máxima deformación en el hormigón y de la tensión del acero cuando fluye. Si la deformación en el hormigón es pequeña cuando el acero empieza a fluir, la viga puede tomar considerable deformación adicional por flexión antes de que el hormigón se deforme y falle.

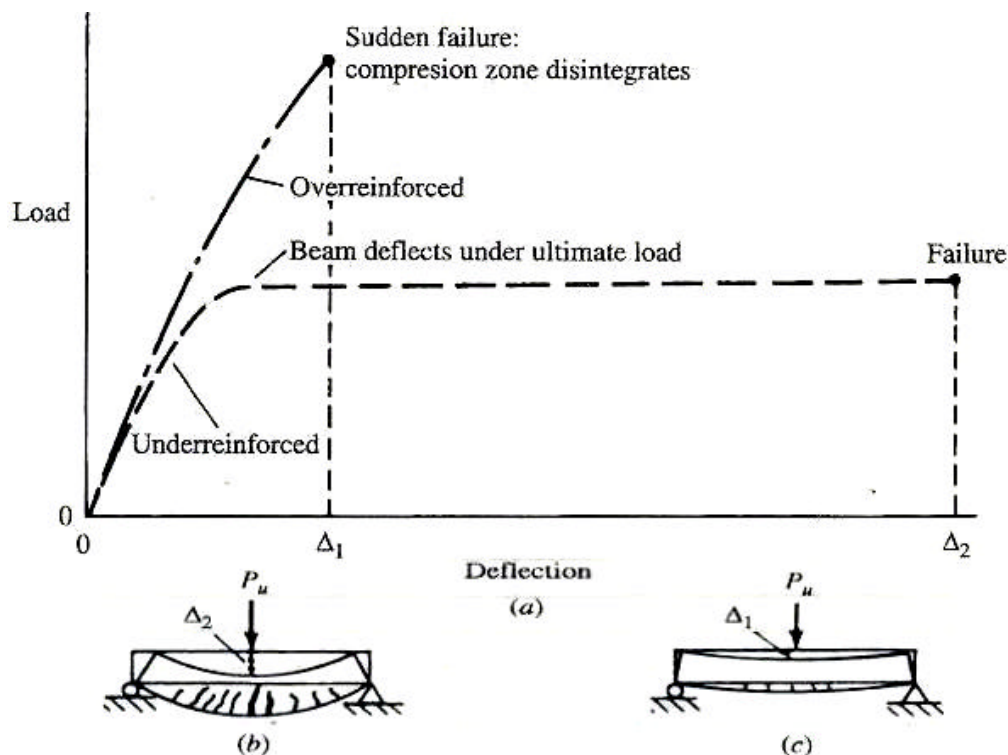


Fig. "Comparación entre el comportamiento de una viga subreforzada (b) con una viga sobrerreforzada (c), con dimensiones iguales"



Después de que el acero fluye, los momentos adicionales aplicados para una viga con poco refuerzo causa que el eje neutro se mueva hacia la superficie comprimida. Este movimiento causa que la deformación del hormigón se incremente menos rápidamente que la deformación en el acero. Bajo estas condiciones, el comportamiento de la viga es dúctil y es capaz de considerar deflexiones antes de la falla del hormigón en la zona de compresión.

Cuando el porcentaje del acero usado para la armadura aumenta, el eje neutro se mueve hacia el centroide del acero traccionado y desde la superficie de la zona comprimida. Como las deformaciones varían directamente con la distancia al eje neutro, cuando se tiene la distancia más grande entre el eje neutro y la superficie comprimida, se tiene la deformación más grande en el hormigón de la viga y la sección transversal rota con respecto al eje neutro.

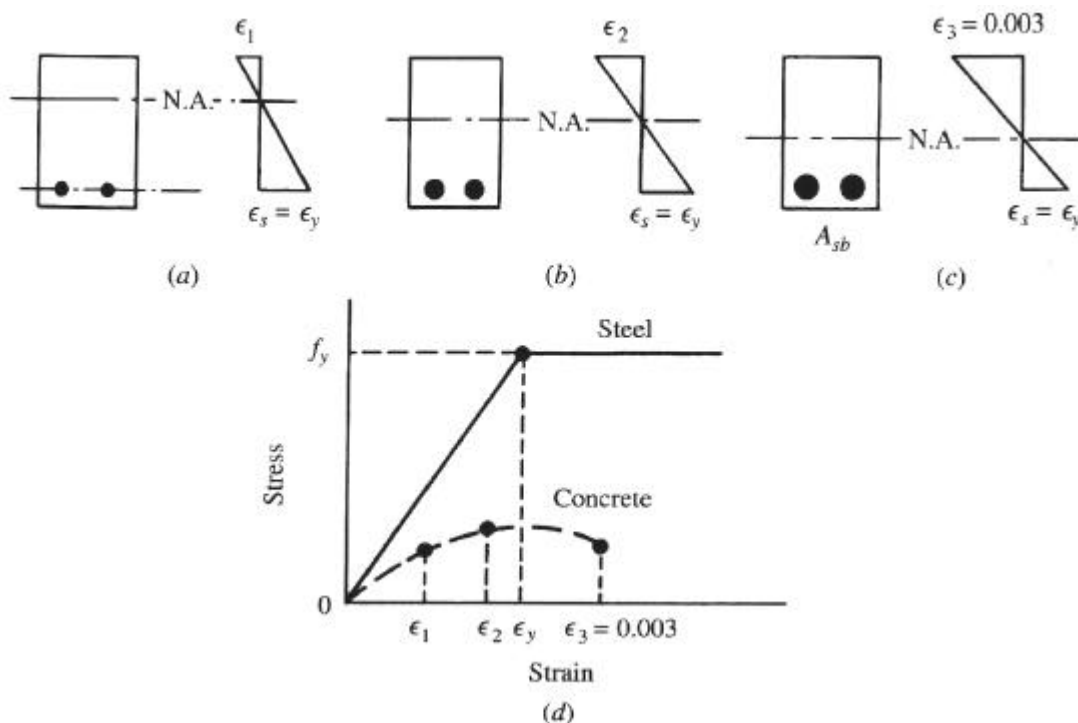


Fig. "Influencia del área de acero en la deformación de la fibra superior cuando el acero fluye (a)

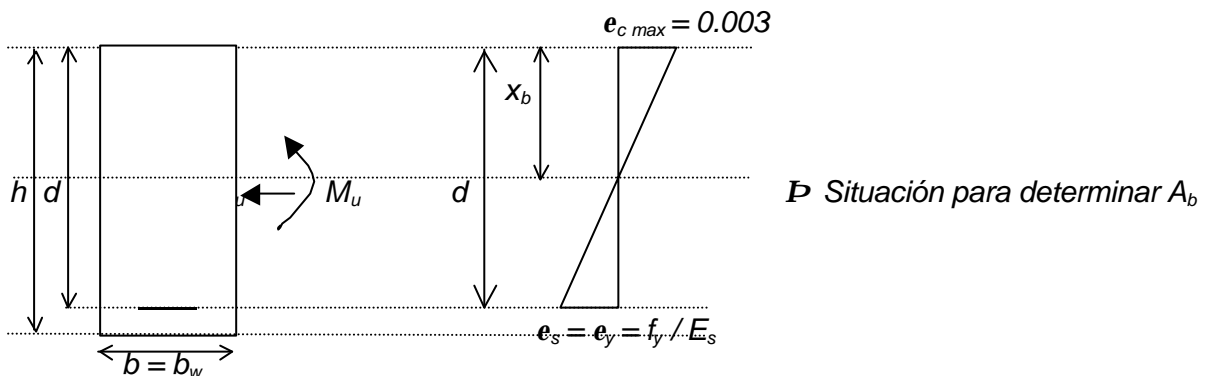
As pequeño (b) As moderado (c) Area balanceada (d) Curva tensión – deformación"

La ductilidad desaparece cuando el porcentaje de acero, es más grande que la posición del eje neutro tal que la deformación del hormigón alcanza 0.003 justo cuando el acero deformado alcanza la tensión de fluencia. Con el hormigón alcanzando su deformación última y rompiéndose justo cuando el acero fluye, la capacidad de momento de la sección es destruida, y una falla frágil ocurre.

Se define como **Area Balanceada  $A_b$**  de una sección transversal, aquella área de acero que se calcula y/o se necesita justo cuando simultáneamente fluye el acero de refuerzo de tracción y el hormigón alcanza su deformación máxima ( $\epsilon_c = 0.003$ ). No existe acero a compresión en la sección transversal.

#### DIAGRAMA DE DEFORMACIONES:

Para una sección transversal de hormigón sometido a un momento, la condición balanceada establece el siguiente diagrama de deformaciones:



donde:  $x_b$ : ubicación de la línea neutra, para la condición balanceada.

Por compatibilidad de deformaciones y aceptando una deformación unitaria máxima para el hormigón de 0.3 %, y para el acero la deformación de fluencia, es decir, falla simultanea de ambos materiales ( $\epsilon_c = 0.003$  y  $\epsilon_s = \epsilon_y$ ), se cumple las siguientes relaciones:

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d - x}$$

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{\frac{f_y}{E_s}}{d - x_b} = \frac{0.003 + \frac{f_y}{E_s}}{d}$$

Por lo tanto, la ubicación del eje neutro de la sección transversal,  $x_b$ , para la condición de acero balanceado es la siguiente:

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} d$$

Llamando a la fuerza de compresión  $C_b$  y reemplazando  $x$  por  $x_b$ , se obtiene la siguiente relación para la fuerza de compresión del hormigón en el caso balanceado:

$$C_b = 0.85 f'_c \beta_1 x_b b$$

$$C_b = 0.85 f'_c \beta_1 \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} b d$$

Ocupando la ecuación de equilibrio de fuerzas,  $SF = 0$ , se tiene finalmente la expresión para el acero balanceado:

$$\begin{aligned}\vec{O} \vec{F} &= 0 \Leftrightarrow \\ C &= T \Leftrightarrow 0.85f'_c \hat{a}_1 x_b b = A_b f_y \\ \Rightarrow A_b &= 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} \hat{a}_1 b d\end{aligned}$$

Definiendo la cuantía de acero  $r$ , como:

$$r = \frac{A}{bd}$$

Luego, podemos definir la cuantía balanceada de acero,  $r_b$ , como sigue:

$$\begin{aligned}\tilde{n}_b &= \frac{A_b}{bd} \\ \tilde{n}_b &= 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} \hat{a}_1\end{aligned}$$

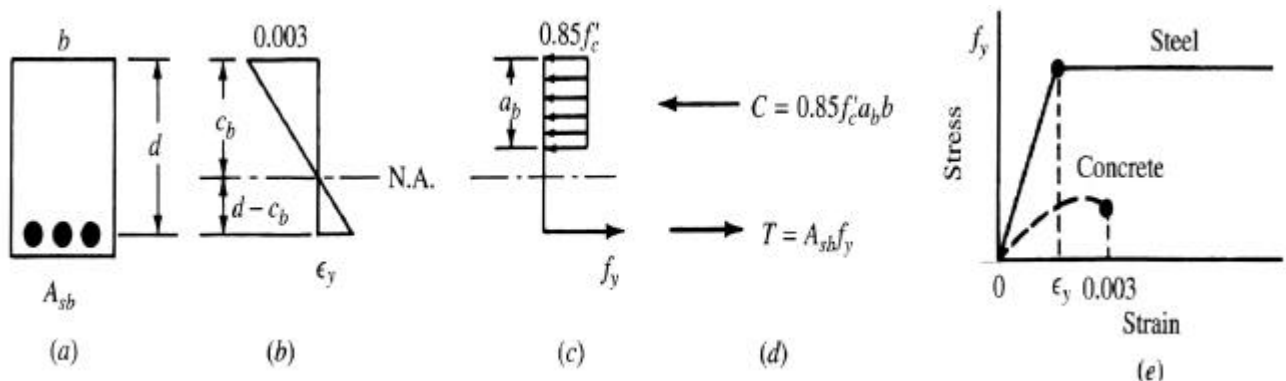


Fig. "Falla balanceada de una viga rectangular (a) sección transversal (b) deformación (c) tensión (d) fuerzas (e) curva tensión – deformación; los puntos indican el nivel de tensión en la falla en el acero y en la fibra superior del hormigón"

En teoría, basta exigir que la cuantía  $r$  sea menor que la cuantía balanceada  $r_b$  para que la falla del hormigón armado, en caso de que ocurra, se produzca por **fluencia del acero (falla dúctil)**, en forma gradual, y no por **aplastamiento del hormigón (falla frágil)**, sin previo aviso. No olvidemos que las vigas que fallan por fluencia, poseen una reserva sustancial de resistencia debido al endurecimiento por deformación de las barras de acero, que no son tomados en el cálculo de  $M_n$ .

Durante el diseño, se debe tomar un valor de la cuantía  $r$  menor que la cuantía balanceada  $r_b$ , para considerar los siguientes efectos que ocurren en el Hormigón Armado:

- para una viga con cuantía  $r = r_b$ , el límite de deformación de compresión en el hormigón se alcanzara teóricamente cuando el acero fluye, sin que se produzca una fluencia significativa.
- las propiedades de los materiales (acero, hormigón) no se conocen en forma precisa.
- en la etapa de endurecimiento por deformación del acero, que no está incluido en el diseño, puede provocarse una falla del tipo frágil, por compresión en el hormigón
- el área de acero colocada en la sección transversal realmente es mayor o igual que el acero requerido (diámetros estándares), con tendencia en el armado, a reforzar en exceso.

Atendiendo a lo anteriormente expuesto, el código de diseño ACI 318-99 especifica en la sección 10.3.3. que la cuantía máxima  $r_b$  de una sección corresponde a:

$$r_{\text{máximo}} = 0.75 r_b$$

Cabe destacar que el factor 0.75 usado es una condición por el código ACI 318 – 99 dada para asegurar la ductilidad en la sección.

De acuerdo al área requerida en el diseño de una sección transversal de hormigón armado, se puede tener uno de los dos siguientes casos:

- Si  $A \leq 0.75 A_b$   $\Rightarrow A' = 0$ ,  
es decir, no se requiere acero de compresión.  
(equivalentemente  $r \leq 0.75 r_b$   $\Rightarrow A' = 0$ )
- Si  $A > 0.75 A_b$   $\Rightarrow A' \neq 0$ ,  
es decir, se requiere acero de compresión.  
(equivalentemente  $r > 0.75 r_b$   $\Rightarrow A' \neq 0$ )

donde:  
 $A$ : Área a tracción de la sección transversal de hormigón  
 $A'$ : Armadura a compresión de la sección transversal de hormigón  
 $A_b$ : Área balanceada de la sección transversal de hormigón

## 3.2 FLEXION PURA CASO $A' = 0$

Para el caso de Flexión Simple o Pura, sin armadura a compresión, se cumple las siguientes condiciones:

i.  $N_u = 0$

La condición anterior, analizando las variables adimensionales, significa que:  $\mathbf{n} = 0$

ii.  $f' = 0.9$ , condición de flexión simple ACI 318-99, o sección controlada por tracción ACI 318-02

iii.  $\sigma_s = f_y$ , es decir, el acero a tracción fluye.

iv.  $A' = 0$

Considerando los valores adoptados por las variables adimensionales, se tiene que:

$$w' = 0 \text{ y } A < 0.75 A_b \text{ y } \sigma_s = f_y$$

Según la armadura requerida a tracción en la sección transversal, se tienen los siguientes casos, en función del área balanceada de la sección:

- Si  $A \leq 0.75 A_b$   
 $A' = 0, w' = 0, w \neq 0$
- Si  $A > 0.75 A_b$   
 $A' \neq 0, w \neq 0, w \neq 0$

### 3.2.1 CAPACIDAD RESISTENTE SECCION

La ecuación de diseño para flexión pura es  $\phi M_n = M_u$ , y partiendo de la situación balanceada, se tiene que:

- el momento nominal  $M_n$  con respecto a la armadura en tracción (T) vale:

$$M_n = C(d - \frac{a}{2}) = 0.85f'_c ab(d - \frac{a}{2})$$

$$M_n = 0.85f'_c \hat{a}_1 x(d - \frac{a}{2})$$

- el momento nominal  $M_n$  con respecto a la armadura en compresión (C) vale:

$$M_n = T(d - \frac{a}{2})$$

$$M_n = Af_y(d - \frac{a}{2})$$

Además, considerando que por equilibrio de fuerzas se cumple que  $C = T$ , tenemos la siguiente relación:

$$0.85f'_c ab = Af_y$$

$$a = \hat{a}_1 x = \frac{Af_y}{0.85f'_c b}$$

considerando que  $\tilde{n} = \frac{A}{bd}$  y multiplicando la expresión por  $\frac{d}{d}$ , tenemos:

$$a = \hat{a}_1 x = \frac{Af_y}{0.85f'_c b} \frac{d}{d} = \frac{\tilde{n}f_y d}{0.85f'_c}$$

luego, reemplazando el valor de  $a$  en el momento  $M_n$ , se llega a:

$$M_n = 0.85f'_c \frac{\tilde{n}f_y d}{0.85f'_c} b \left( d - \frac{\tilde{n}f_y d}{0.85f'_c} \right)$$

$$M_n = \tilde{n}f_y b d^2 \left( 1 - \frac{\tilde{n}f_y}{1.7f'_c} \right)$$

Por lo tanto, según la ecuación de diseño se convierte en:

$$M_u = \phi M_n = \phi \tilde{n}f_y b d^2 \left( 1 - \frac{\tilde{n}f_y}{1.7f'_c} \right)$$

donde:

$$\tilde{n} \leq \tilde{n}_{\text{maximo}} = 0.75\tilde{n}_b$$

$$\tilde{n} \geq \tilde{n}_{\text{minimo}}$$

### 3.2.2 SISTEMA DE ECUACIONES ADIMENSIONALES

Simplificando las ecuaciones anteriores de diseño, se puede escribir el nuevo sistema de ecuaciones, en función de las variables adimensionales establecidas anteriormente. Este sistema se transforma en:

$$\mathbf{b}_1 \mathbf{x} = \mathbf{w}$$

$$\mathbf{b}_1 \mathbf{x} \left( 1 - \mathbf{b}_1 \frac{\mathbf{x}}{2} \right) = \mathbf{m}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, y reemplazando la primera ecuación en la segunda, se logra una ecuación de 2do grado para la variable  $w$ , expresada en términos del acero a tracción, y cuya solución es:

$$\begin{aligned}w\left(1 - \frac{w}{2}\right) &= i \\ \Rightarrow w^2 - 2w + 2i &= 0 \\ \Rightarrow w &= 1 - \sqrt{1 - 2i}\end{aligned}$$

Notar que la ecuación anterior es válida solamente si se cumple ssi:

- $N_u=0$
- $A'=0$
- $s_s = f_y$

Partiendo de la ecuación de la línea neutra para la sección transversal, encontramos el valor para  $w_b$ :

$$\begin{aligned}x_b &= \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} d \Rightarrow \hat{i}_b = \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} \\ \phi_s = f_y &\Rightarrow \dot{u}_b = \hat{a}_1 \hat{i}_b = \hat{a}_1 \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}}\end{aligned}$$

Luego, imponiendo la condición de ductilidad,  $0.75A_b$ , se tiene las siguientes relaciones para  $w_{max}$  y  $x_{max}$ :

$$\begin{aligned}\dot{u}_{max} &= 0.75 \dot{u}_b \\ \dot{u}_{max} &= 0.75 \hat{a}_1 \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} \\ \hat{i}_{max} &= 0.75 \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}}\end{aligned}$$

Evaluando las expresiones anteriores para los distintos aceros utilizados en Chile, se llega a los siguientes valores de  $x_{max}$ :

<b>Acero</b>	<b><math>x_{max}</math></b>
A44-28H	0.5114
A63-42H	0.4412

### ¿Que pasa con la deformación del acero comprimido?

Considerando la ecuación de deformación del acero comprimido, y suponiendo en general que la relación entre  $d'/d \leq 0.10$  se obtiene para el acero A63-42H la deformación para el acero comprimido:

$$e_s' = \epsilon_s \frac{x - d'}{x} = 0.003 \frac{\frac{x_b}{d} - \frac{d'}{d}}{\frac{x_b}{d}} \Rightarrow$$

$$\epsilon_s' = 0.003 \frac{0.4412 - 0.10}{0.4412} \Rightarrow$$

$$\epsilon_s' = 0.00232 > \frac{f_y}{E_s} = 0.0021$$

Por lo tanto, el acero a compresión  $A'$  fluye, y se tiene que  $e_s' > e_y$ ; luego, posee mayor deformación que la deformación de fluencia para el acero A63-42H, por lo tanto, se cumple la relación  $s_s = f_y$



### 3.3 FLEXION PURA CASO A' = 0

En una sección transversal, si el acero de refuerzo a compresión y a tracción entran en fluencia, se cumple las siguientes condiciones:

- $s_s = f_y$ , es decir, el acero a tracción fluye.
- $s'_s = f_y$ , es decir, el acero a compresión fluye (para la mayoría de los casos se cumple  $e'_s > e_s$ )
- $x = x_{max}$
- $n = 0$ , es decir, se encuentra en flexión pura.

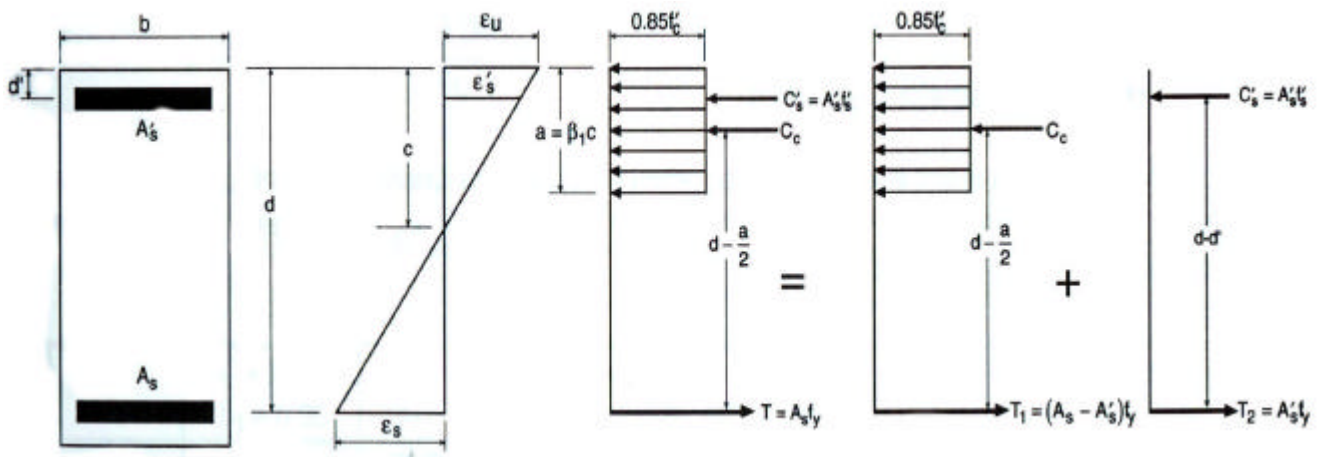


Fig. "Deformación y Tensiones en Sección Rectangular"

En una sección transversal con armadura a tracción y a compresión, se observa la superposición de 2 estados de carga:

- Área balanceada en Flexión pura
- Estado de Compresión.

Escribiendo las ecuaciones adimensionales en su forma general, y ocupando las condiciones establecidas para la condición de fluencia de los aceros, se puede simplificar las ecuaciones de diseño:

$$b_1 x_{max} + w' - w = 0$$

$$b_1 x_{max} \left(1 - \frac{b_1 x_{max}}{2}\right) + w'(1 - d') = m$$

Se definirá las variables  $w_o$  y  $m_{max}$  en función de valores ya conocidos anteriormente,  $b_1$  y  $x_{max}$ , como:

$$w_0 = b_1 x_{max}$$

$$m_{max} = b_1 x_{max} \left( 1 - \frac{b_1 x_{max}}{2} \right)$$

Luego, es posible reescribir las ecuaciones de diseño como sigue:

$$w_0 + w' - w = 0$$

$$m_{max} + w'(1 - d') = m$$

Buscando la solución para la variable  $w'$  y  $w$ , se tiene lo siguiente:

$$\Rightarrow w' = \frac{m - m_{max}}{(1 - d')}$$

$$\Rightarrow w = w_0 + w'$$

#### VALORES REFERENCIALES ACI 318 - 99:

Si la resistencia característica a compresión del hormigón a los 28 días,  $f'_c$ , es menor que 30.0 [MPa]  $\text{Y}$   $b_1 = 0.85$ ; luego, se tiene para los distintos aceros:

Acero	$x_{max}$	$m_{max}$	$w_0$
A63-42H	0.4412	0.3047	0.3750
A44-28H	0.5114	0.3402	0.4347

Si  $f'_c > 30.0$  [MPa]  $\text{Y}$   $b_1$  es distinto de 0.85, y los valores anteriores deben ser evaluados con el correspondiente valor de  $b_1$  (por ejemplo,  $w_0 = b_1 x_{max}$ )

Para la evaluación de los parámetros anteriores, se considera para el módulo de elasticidad del acero,  $E_s$ , un valor de 2.000.000 [kg/cm<sup>2</sup>].

#### Ejercicio propuesto:

Evaluar y ver como cambian los valores anteriores de los parámetros  $x_{max}$ ,  $m_{max}$  y  $w_0$  para un hormigón con  $f'_c > 30.0$  [MPa].

### 3.4 ARMADURA MINIMA

En vigas ligeramente reforzadas, si la resistencia a la flexión de la sección fisurada es menor que el momento que produce agrietamiento de la sección no fisurada con anticipación, la viga fallara inmediatamente y sin previo aviso una vez que se forme la primera grieta. Con este fin, se define un limite inferior para la cuantía del acero igualando el momento de agrietamiento (a partir del modulo de rotura) con la resistencia de la sección fisurada.

El código ACI 318 determina que para cualquier sección donde por análisis se requiera acero positivo de refuerzo para tomar los esfuerzos de flexión, se deberá disponer a lo menos la siguiente armadura y cuantía mínima, dadas por:

$$A_{s,min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d$$

$$r_{s,min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4f_y} \geq \frac{1.4}{f_y}$$

donde:  $A_{s,min}$ : Cantidad mínima de armadura por flexión, en  $[mm^2]$

$r_{s,min}$ : cuantía mínima de armadura por flexión

$f'_c, f_y$ : en  $[MPa]$

$b_w, d$ : en  $[mm]$

Cambiado de unidades a  $[kg/cm^2]$  y  $[cm]$ , se tiene que la armadura y la cuantia minima son las siguientes:

$$A_{s,min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{1.265f_y} b_w d \geq \frac{14}{f_y} b_w d$$

$$r_{s,min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{1.265f_y} \geq \frac{14}{f_y}$$

Partiendo del calculo de la sección de hormigón armado, se encuentra la cantidad de acero necesaria,  $A_{calculada}$ , y el criterio para la determinación de armadura final,  $A_{proporcionada}$ , en una sección transversal de una viga, considerando las disposiciones de armadura mínima ya descrito anteriormente, es el siguiente:

- Si  $A_{calculada} \geq A_{minima}$  usar:

$$A_{proporcionada} = A_{calculada}$$

- Si  $A_{calculada} < A_{minima}$  usar:

$$A_{proporcionada} = \text{Mínimo} ( 4/3 A_{calculada}; A_{minima} )$$

Como comentario adicional, cabe destacar que la Norma AASHTO define la armadura mínima como aquella armadura que es capaz de absorber  $1.2 M_{cr}$ , donde  $M_{cr}$  corresponde al momento cracking (o sea, corresponde al momento que produce la primera fisura en el hormigón).

- Para armaduras de viga T y secciones con ala traccionada, el área mínima debe cumplir con la siguiente relación:

$$\mathbf{r}_{s,min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{2f_y} \geq \frac{1.4}{f_y}$$

### 3.5 PROCEDIMIENTO SIMPLIFICADO DE CALCULO

El diseño de un elemento de hormigón armado según el método de rotura, sometido a flexión, considerando las ecuaciones de diseño general en ecuaciones adimensionales, se puede resumir en los pasos:

- i. Definición de parámetros:

Solicitaciones: esfuerzo mayorado  $M_u$

Geometría:  $b$ ,  $d$  y  $h$

Materiales:  $f_y$ ,  $f'_c$

$b_1$  (función de  $f'_c$ ),  $f$ ,

- ii. Calcular el valor de la variable adimensional  $m$ :

$$m = \frac{M_u + N_u \left(d - \frac{h}{2}\right)}{f(0.85 f'_c b d^2)} = \frac{M_{ue}}{f(0.85 f'_c b d^2)}$$

- iii. Evaluar  $m_{max}$ , según el tipo de acero y hormigón que se disponga en la sección transversal:

$$x_{max} = 0.75 \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}}$$

$$w_0 = b_1 x_{max}$$

$$m_{max} = b_1 x_{max} \left(1 - \frac{b_1 x_{max}}{2}\right)$$

- iv. Sistema de ecuaciones a resolver

$$b_1 x + w' - w = 0$$

$$b_1 x \left(1 - \frac{b_1 x}{2}\right) + w' (1 - d') = m$$

- v. Comparar el valor de  $m$  con  $m_{max}$ , y proceder según uno de los siguientes casos, en función del valor de  $A'$ :

- Sin armadura a compresion:

$$\text{Si } m \leq m_{max} \Rightarrow A' = 0; w' = 0$$

$$w = 1 - \sqrt{1 - 2m}$$

$$A = w \frac{0.85 f'_c b d}{f_y}$$

- Con armadura a compresión:

$$\text{Si } m > m_{\max} \Rightarrow A' \neq 0; w' \neq 0$$

$$w' = \frac{m - m_{\max}}{(1 - d')};$$

$$w = w_0 + w'$$

$$A' = w' \frac{0.85 f'_c b d}{f_y}$$

$$A = w \frac{0.85 f'_c b d}{f_y}$$

vi. Establecer la armadura de calculo,  $A_{\text{calculada}}$ , y revisar que el valor de A sea mayor que la Armadura mínima, estableciendo la armadura fina d la sección,

$A_{\text{proporcionada}}$ .

- Si  $A_{\text{calculada}} \geq A_{\text{mínima}}$  usar

$$A_{\text{proporcionada}} = A_{\text{calculada}}$$

- Si  $A_{\text{calculada}} < A_{\text{mínima}}$  usar

$$A_{\text{proporcionada}} = \text{Mínimo} (4/3 A_{\text{calculada}}; A_{\text{mínima}})$$

vii. Disponer barras en la sección transversal, de acuerdo a las cuantías establecidas y los criterios de armado (separación de armaduras entre barras y capas).