



# MOVIMIENTO DE LA PARTÍCULA

Programa HP 50G  
*Written in User-RPL*  
*by RubensaiD*



### ¿Para qué sirve este programa?

Los primeros temas tratados al estudiar la dinámica de los cuerpos suelen poner a prueba nuestra habilidad operativa más que nuestra capacidad de análisis, por tanto, en las pruebas el tiempo aprovechado al operar será un factor determinante indudablemente. En tal sentido, este programa ha sido desarrollado para analizar el movimiento de la partícula tanto en un sistema coordenado cilíndrico como esférico. Esto lo vemos como Cinemática de la Partícula en el curso de Dinámica en la Universidad Nacional de Ingeniería (Perú).



Por ejemplo, para la grúa mostrada en la figura, si quisiéramos analizar el movimiento de la “punta” de donde cuelga el gancho podríamos utilizar las ecuaciones de este tema tan solo conociendo algunos parámetros. Estos dependerán de las coordenadas con las que elijamos trabajar, las cuales pueden ser rectangulares, cilíndricas o esféricas. Veamos:



### Coordenadas Rectangulares

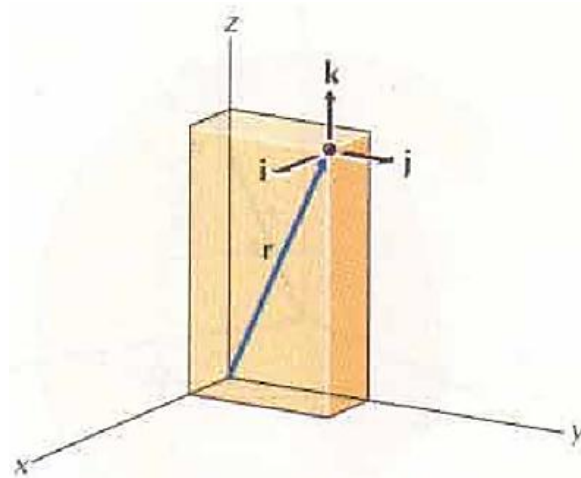


Figura 13-28. Ingeniería Mecánica - Dinámica. William F. Riley. Pág. 59.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

### Coordenadas Cilíndricas

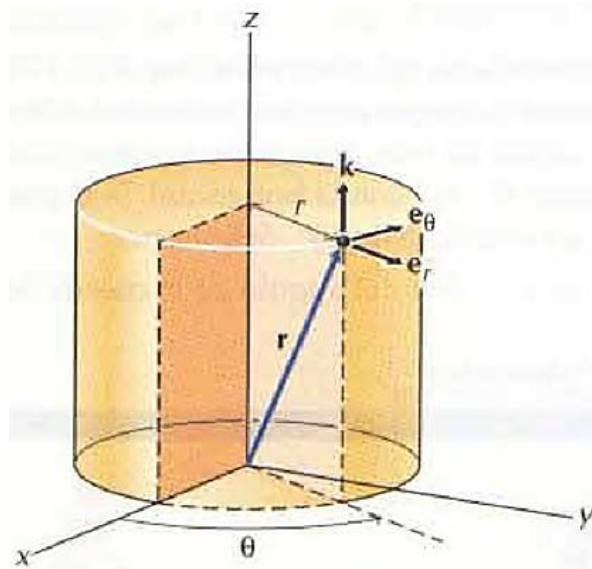


Figura 13-29. Ingeniería Mecánica - Dinámica. William F. Riley. Pág. 60.

$$\vec{r} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$$



## Coordenadas Esféricas

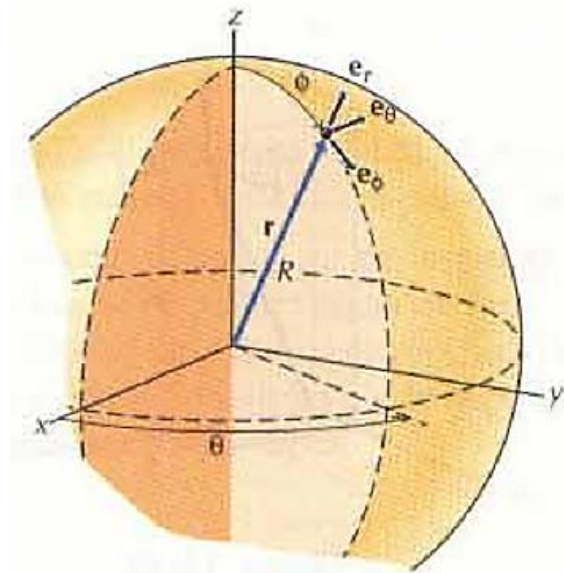


Figura 13-30. Ingeniería Mecánica - Dinámica. William F. Riley. Pág. 60.

$$\vec{r} = R\vec{e}_R$$

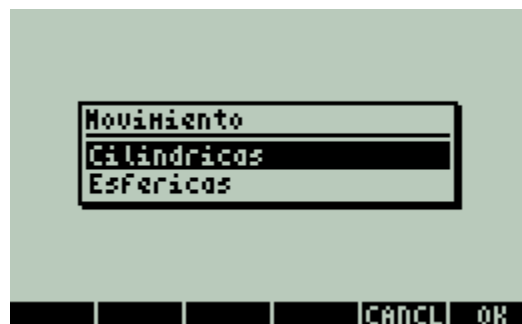
$$\vec{v} = \dot{R}\vec{e}_R + R\dot{\theta}\sin\varphi\vec{e}_\theta + R\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$$

$$\begin{aligned}\vec{a} = & (\ddot{R} - R\dot{\varphi}^2 - R\dot{\theta}^2\sin^2\varphi)\vec{e}_R + (R\ddot{\theta}\sin\varphi + 2\dot{R}\dot{\theta}\sin\varphi + 2R\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi)\vec{e}_\theta \\ & + (R\ddot{\varphi} + 2\dot{R}\dot{\varphi} - R\dot{\theta}^2\sin\varphi\cos\varphi)\vec{e}_\varphi\end{aligned}$$

Para el caso mostrado en la figura lo más conveniente sería trabajar en coordenadas esféricas ya que el brazo de la grúa aumenta su tamaño y puede girar respecto a los ejes y y z.

## ¿Cómo uso el programa?

Al ejecutar el programa, éste nos preguntará en qué sistema coordenado deseamos trabajar. Elegiré para este ejemplo las esféricas.





Hecho esto, nos mostrará una tabla que deberemos rellenar con los datos que tenemos del problema. Debemos tener presente que: las unidades de  $R$ ,  $\dot{R}$  y  $\ddot{R}$  pueden ser cualesquiera m, pies, cm... dependerá del problema; las unidades de  $\theta$  debe ser grados sexagesimales ( $^\circ$ ) y de  $\dot{\theta}$  y  $\ddot{\theta}$ ,  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$  y  $\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$  respectivamente. Lo mismo para los  $\varphi$ .



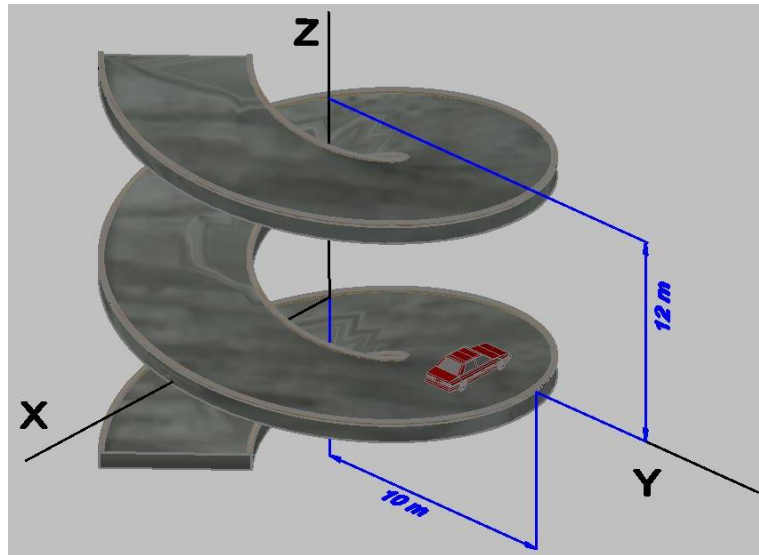
Fixemos los resultados en 4 cifras decimales y obtenemos lo de la imagen inferior. Esto es la velocidad y aceleración de la partícula en las coordenadas elegidas y el módulo de cada uno.



Si se desea convertir estos valores a otro sistema coordenado les recomiendo utilizar el programa *Transformador de Coordenadas* creado por Kappa [Ver y Descargar](#).

## Ejemplo de Aplicación

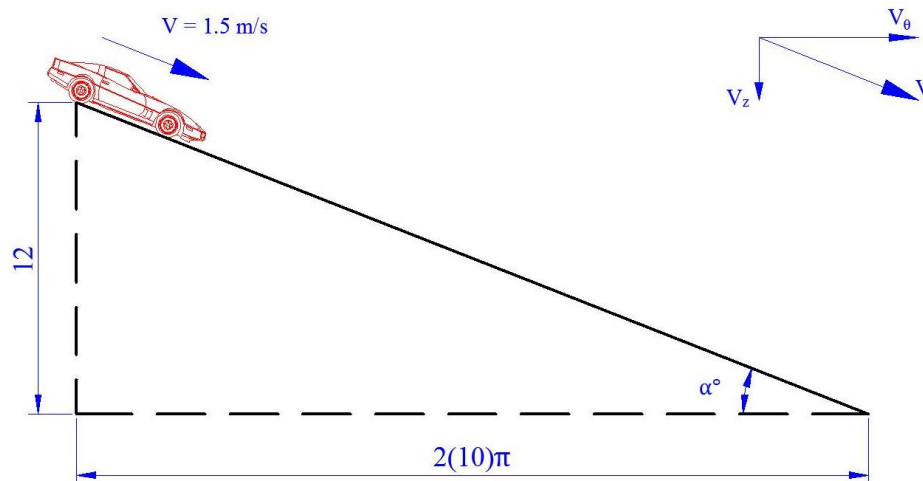
El auto está viajando a lo largo de un piso de estacionamiento por una rampa cilíndrica espiral con rapidez constante de  $v = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Si la rampa desciende una distancia de 12 m. en cada revolución completa, según se muestra en la figura. Si  $r = 10 \text{ m}$ . Calcule la velocidad y la aceleración del auto.



Tomado de: Solucionario 1ª Práctica Calificada 2010-1 FIM UNI. Aburto Huayas – Barrera Solórzano – Ramírez Neyra. 26 de Abril. 2010.

### Solución

Resolver este problema sería sencillo si es que trabajamos con coordenadas cilíndricas. Entonces hallaremos los parámetros faltantes para poder utilizar el programa.



Tomado de: Solucionario 1ª Práctica Calificada 2010-1 FIM UNI. Aburto Huayas – Barrera Solórzano – Ramírez Neyra. 26 de Abril. 2010.

Calculamos el ángulo  $\alpha$  y descomponemos la velocidad del auto.

$$\alpha = \arctan\left(\frac{12}{20\pi}\right) = 10.8125^\circ$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} = 1.5 \cos 10.8125^\circ = 1.4734 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_z = \dot{z} = -1.5 \sin 10.8125^\circ = -0.2814 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Sabemos que el  $r$  es constante e igual a 10 m. Por tanto podemos despejar  $\dot{\theta} = 0.1473 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  y completamos todo lo que necesitábamos.

$$\begin{array}{lll} r = 10 \text{ m} & \theta = 90^\circ & z = 0 \text{ m} \\ \dot{r} = 0 & \dot{\theta} = 0.1473 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & \dot{z} = -0.2817 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \ddot{r} = 0 & \ddot{\theta} = 0 & \ddot{z} = 0 \end{array}$$

Entonces, ejecutamos el programa, seleccionamos coordenadas cilíndricas y rellenamos.

```

Cilindricas
r= 10.  θ 90.  z 0.
r:= 0.  θ. 147:  z. - .28
r:= 0.  θ: 0.  z: 0.

```



```

DEG XYZ HEX R~ 'X'
[HOME]
8:      vr:0.0000
7:      vθ:1.4730
6:      vz:(-0.2817)
5:      vtot:1.4997
4:      ar:(-0.2170)
3:      aθ:0.0000
2:      az:0.0000
1:      atot:0.2170

```

Con esto ya podemos dar respuesta al problema.



## **Contacto**

Para cualquier duda, sugerencia o pedido contáctese con el autor (*RubensaiD*)

Mail: [rubensaid12@gmail.com](mailto:rubensaid12@gmail.com)

Twitter: [@Code09FIM](https://twitter.com/Code09FIM)

Página Web: <http://www.code09fim.uni.cc>



**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**  
**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**  
**ENERO 2011**  
**LIMA - PERÚ**