



COMPRESIBLES

Dinámica de gases compresibles para HP Prime

Manual de usuario, fundamentos matemáticos y referencia técnica

Alcance de la aplicación. Estado de gases ideales y térmicamente perfectos, propiedades de remanso, relación área–Mach, toberas convergentes y convergente–divergentes, choques normales y oblicuos, expansión de Prandtl–Meyer y análisis general de flujo unidimensional con variación de área, fricción, transferencia de calor, transferencia de masa, choque interno, perfiles tabulados y diseño inverso.

Interfaz automática Español / English

HP Prime PPL + MicroPython

Octubre de 2026

Acerca de este documento

Este manual está dirigido a quienes utilizan COMPRESIBLES en una HP Prime. Su objetivo es explicar qué resuelve la aplicación, cómo introducir datos, cómo interpretar las pantallas de resultados y qué hipótesis físicas utiliza cada módulo.

La primera parte funciona como manual de usuario. Las secciones posteriores reúnen las ecuaciones, los métodos numéricos y las notas técnicas necesarias para comprender el alcance de los resultados. No es necesario estudiar la formulación matemática completa para utilizar la aplicación.

Uso ingenieril. COMPRESIBLES es una herramienta de cálculo y estudio. En aplicaciones críticas de diseño, seguridad o certificación, los resultados deben contrastarse con una fuente independiente y con las hipótesis físicas apropiadas para el sistema analizado.

Índice

1. Descripción general	1
1.1. Filosofía de uso	1
1.2. Idioma automático	1
2. Instalación y puesta en marcha	1
2.1. Instalación	2
2.2. Inicio rápido	2
3. Unidades y modelos de gas	2
3.1. Sistema interno de unidades	2
3.2. Gases disponibles	3
3.3. Propiedades térmicas variables	3
4. Manual de los módulos	4
4.1. Estado del gas	4
4.2. Mach y propiedades de remanso	4
4.3. Relación área–Mach	5
4.4. Toberas	5
4.5. Choques	5
4.5.1. Choque normal	5
4.5.2. Choque oblicuo	6
4.6. Expansión de Prandtl–Meyer	6
4.7. Análisis de flujo 1D	6

5. Fundamentos de flujo unidimensional	7
5.1. Modo isentrópico	7
5.2. Flujo de Fanno	7
5.3. Flujo de Rayleigh	7
5.4. Ecuación general de Mach para k constante	8
5.5. Formulación para $c_p(T)$	8
5.6. Perfiles tabulados	9
6. Choque interno y diseño inverso	9
6.1. Choque interno	9
6.2. Búsqueda de la posición por contrapresión	9
6.3. Diseño inverso	9
7. Métodos numéricos y comportamiento del solver	9
7.1. Integración RK45 adaptativa	10
7.2. Tratamiento de eventos sónicos	10
7.3. Cálculo de FLOW1D en MicroPython	10
7.4. Caché gráfica multivariable	10
7.5. Protección de carga en problemas pesados	11
8. Ejemplos de uso	11
8.1. Relación área–Mach	11
8.2. Flujo de Fanno	11
8.3. Flujo de Rayleigh	11
8.4. Ejemplo avanzado: FLOW1D con choque interno	11
9. Validación y rendimiento	14
10. Limitaciones y buenas prácticas	14
11. Integración avanzada y arquitectura	15
11.1. API para otras aplicaciones	15
11.2. Organización interna	15
12. Créditos y referencias	15
12.1. Créditos	15
12.2. Referencias técnicas recomendadas	16
A. Resumen de ecuaciones	16

B. Glosario**16**

1 Descripción general

COMPRESIBLES reúne en una sola aplicación siete áreas de trabajo visibles desde el selector principal:

1. **Estado del gas / Gas state**
2. **Mach y remanso / Mach and stagnation**
3. **Relación área–Mach / Area–Mach relation**
4. **Toberas / Nozzles**
5. **Choques / Shocks**, con submódulos normal y oblicuo
6. **Prandtl–Meyer**
7. **Análisis de flujo 1D / 1D flow analysis**, con modos General, Isentrópico, Fanno y Rayleigh

La aplicación fue diseñada para que la interfaz PPL gestione formularios, unidades, navegación, resultados y gráficas, mientras que el cálculo iterativo pesado de FLOW1D se ejecuta en MicroPython. Esta separación permite conservar una interfaz nativa de HP Prime y, al mismo tiempo, acelerar los problemas de integración y búsqueda inversa.

1.1 Filosofía de uso

La navegación sigue el patrón de vistas de HP Prime:

Tecla	Función en COMPRESIBLES
MENU	Abre el selector gráfico de módulos. Las flechas recorren las opciones y ENTER abre el módulo.
SYMB	Introduce o modifica los datos del módulo activo.
NUM	Muestra los resultados numéricos, distribuidos en páginas cuando corresponde.
PLOT	Abre la gráfica contextual del módulo. En FLOW1D, las flechas izquierda/derecha cambian la variable representada.
VIEW	Accede a herramientas contextuales, ajustes, unidades o funciones avanzadas cuando aplican.
ESC	Retrocede; desde el selector principal vuelve a HOME.

1.2 Idioma automático

La interfaz detecta el idioma configurado en la HP Prime. Cuando la calculadora está en español, los títulos, formularios y mensajes se muestran en español; para los demás idiomas del sistema se utiliza la interfaz inglesa. No es necesario mantener dos aplicaciones separadas.

2 Instalación y puesta en marcha

2.1 Instalación

La aplicación se distribuye como una carpeta `Compresibles.hpappdir`, normalmente incluida dentro de un archivo ZIP.

1. Extraer el ZIP conservando intacta la carpeta `Compresibles.hpappdir`.
2. Transferir la aplicación a la calculadora mediante HP Connectivity Kit u otro método compatible con aplicaciones HP Prime.
3. Sincronizar la calculadora y comprobar que COMPRESIBLES aparece en la biblioteca de aplicaciones.
4. Abrir COMPRESIBLES desde HOME.

Instalación limpia recomendada. Si existe una copia anterior de COMPRESIBLES, conviene sustituir la aplicación completa en lugar de mezclar archivos internos de distintas ediciones.

2.2 Inicio rápido

El flujo de trabajo básico es el mismo en toda la aplicación:

1. Pulsar **MENU** y elegir el módulo.
2. Pulsar **SYMB** para introducir o modificar datos.
3. Pulsar **NUM** para consultar los resultados.
4. Pulsar **PLOT** cuando el módulo disponga de representación gráfica.
5. Utilizar **VIEW** para opciones adicionales del módulo.

En FLOW1D, las flechas izquierda y derecha permiten cambiar de página en NUM y cambiar la variable representada en PLOT.

3 Unidades y modelos de gas

3.1 Sistema interno de unidades

Todos los estados y solvers almacenan sus variables internamente en SI. La capa de interfaz convierte únicamente entrada y salida. Esto evita que el motor matemático dependa del sistema de unidades seleccionado.

Magnitud	SI	I-P
Presión	kPa	psia
Temperatura absoluta	K	R
Longitud	m, mm	ft, in
Área	cm ²	in ²
Velocidad	m/s	ft/s
Caudal másico	kg/s	lbm/s
Densidad	kg/m ³	lbm/ft ³
Volumen específico	m ³ /kg	ft ³ /lbm
Entalpía	kJ/kg	Btu/lbm
Entropía / c_p	kJ/(kg K)	Btu/(lbm R)
Potencia térmica	kW	Btu/h
Fuerza	N	lbf

3.2 Gases disponibles

El módulo de estado del gas y FLOW1D soportan los siguientes modelos:

Gas	Modelo	Rango térmico	Observación
Aire seco	$c_p(T)$ combinado	100–3000 K	Polinomio equivalente optimizado para aire seco.
N ₂	NASA7 $c_p(T)$	200–3500 K	Gas térmicamente perfecto.
O ₂	NASA7 $c_p(T)$	200–3500 K	Gas térmicamente perfecto.
CO ₂	NASA7 $c_p(T)$	200–3500 K	Gas térmicamente perfecto; suele ser el caso más costoso de los diatómicos/poliatómicos incluidos.
Helio	ideal monoatómico	100–6000 K	$c_p = 2.5R$.
Argón	ideal monoatómico	100–6000 K	$c_p = 2.5R$.

También puede utilizarse el modelo de gas perfecto con k y R constantes en los módulos que lo admiten.

3.3 Propiedades térmicas variables

Para los gases NASA7 se usa, por intervalos térmicos, el polinomio de siete coeficientes. La capacidad calorífica se evalúa como

$$\frac{c_p(T)}{R} = a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4, \quad (1)$$

y la entalpía y la entropía estándar mediante

$$h(T) = R \left(a_1 T + \frac{a_2 T^2}{2} + \frac{a_3 T^3}{3} + \frac{a_4 T^4}{4} + \frac{a_5 T^5}{5} + a_6 \right), \quad (2)$$

$$s^0(T) = R \left(a_1 \ln T + a_2 T + \frac{a_3 T^2}{2} + \frac{a_4 T^3}{3} + \frac{a_5 T^4}{4} + a_7 \right). \quad (3)$$

Para un gas ideal,

$$s(T, P) = s^0(T) - R \ln \left(\frac{P}{P_{\text{ref}}} \right), \quad k(T) = \frac{c_p(T)}{c_p(T) - R}. \quad (4)$$

La inversión de $h(T)$ o $s(T, P)$ se resuelve con Newton acotado por el dominio térmico del gas. En FLOW1D se usa además una estimación inicial basada en el estado anterior para reducir el número de iteraciones.

4 Manual de los módulos

4.1 Estado del gas

Resuelve el estado de un gas ideal o térmicamente perfecto a partir de distintos pares de propiedades. El usuario selecciona primero el gas y luego el par conocido. Entre las salidas se encuentran temperatura, presión, entalpía, entropía, volumen específico, densidad, c_p , k y velocidad del sonido.

Para un gas ideal,

$$Pv = RT, \quad \rho = \frac{1}{v} = \frac{P}{RT}, \quad a = \sqrt{kRT}. \quad (5)$$

La gráfica permite recorrer propiedades como $c_p(T)$, $k(T)$, $h(T)$, $s(T)$, $a(T)$ y densidad a presión fija.

4.2 Mach y propiedades de remanso

Este módulo calcula las propiedades estáticas y de remanso a partir de M , T y P . Para k constante:

$$T_0 = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right), \quad (6)$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{k/(k-1)}, \quad (7)$$

$$a = \sqrt{kRT}, \quad V = Ma. \quad (8)$$

Cuando se selecciona aire con $c_p(T)$, la temperatura de remanso se obtiene de la conservación de entalpía total:

$$h(T_0) = h(T) + \frac{V^2}{2}, \quad (9)$$

y P_0 se obtiene imponiendo igualdad de entropía entre el estado estático y el estado de remanso ideal.

4.3 Relación área–Mach

Permite trabajar en ambos sentidos: dado M , obtener A/A^* ; o dado $A/A^* \geq 1$, calcular las ramas subsónica y supersónica.

$$\boxed{\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{k+1} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}} \quad (10)$$

Para una misma razón de área superior a la unidad existen, en general, dos soluciones: una subsónica y otra supersónica.

4.4 Toberas

Se incluyen toberas convergentes y convergente–divergentes. Los datos principales son P_0 , T_0 , áreas características, contrapresión P_b , k , R y coeficiente de descarga C_d .

El caudal másico ideal local puede expresarse como

$$\dot{m} = C_d A P_0 \sqrt{\frac{k}{RT_0}} M \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{k+1}{2(k-1)}}. \quad (11)$$

La aplicación clasifica automáticamente el régimen de operación. En una C-D puede distinguir, entre otros estados, flujo completamente subsónico, garganta sónica, choque normal dentro del divergente, choque en la salida y descarga supersónica con ajuste de presión fuera de la tobera.

4.5 Choques

El selector **Choques / Shocks** contiene dos formularios específicos.

4.5.1 Choque normal

Para $M_1 > 1$ y gas perfecto:

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}{k M_1^2 - \frac{k-1}{2}}, \quad (12)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{2k}{k+1} (M_1^2 - 1), \quad (13)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1) M_1^2}{2 + (k-1) M_1^2}, \quad (14)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2/P_1}{\rho_2/\rho_1}. \quad (15)$$

El módulo informa también la pérdida de presión de remanso P_{02}/P_{01} .

4.5.2 Choque oblicuo

El ángulo de choque β satisface la relación θ - β - M :

$$\tan \theta = 2 \cot \beta \frac{M_1^2 \sin^2 \beta - 1}{M_1^2 (k + \cos 2\beta) + 2}. \quad (16)$$

Se resuelven las ramas físicamente disponibles mientras θ no exceda $\theta_{\text{máx}}$. La componente normal $M_{n1} = M_1 \sin \beta$ se procesa mediante las relaciones de choque normal y luego se reconstruye el Mach aguas abajo:

$$M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin(\beta - \theta)}. \quad (17)$$

4.6 Expansión de Prandtl–Meyer

Para $M > 1$, la función de Prandtl–Meyer es

$$\nu(M) = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (M^2 - 1) - \tan^{-1} \sqrt{M^2 - 1}. \quad (18)$$

En una expansión de ángulo θ :

$$\nu_2 = \nu_1 + \theta, \quad (19)$$

y el programa invierte numéricamente $\nu(M)$ para obtener M_2 .

4.7 Análisis de flujo 1D

Es el módulo más general de COMPRESIBLES. El primer formulario selecciona el tipo de problema:

Modo	Hipótesis y datos solicitados
General	Puede combinar área variable, fricción, transferencia de calor, transferencia de masa, choque interno, búsqueda por P_b , perfiles tabulados y diseño inverso.
Isentrópico	Omite fricción, calor, masa y choque. Solicita únicamente los datos necesarios para una evolución ideal por cambio geométrico.
Fanno	Conducto de área constante con fricción adiabática. Pide D , L y f_D además del estado inicial.
Rayleigh	Conducto de área constante sin fricción ni transferencia de masa. Pide el cambio de temperatura de remanso T_{02}/T_{01} .

Los resultados de NUM también dependen del modo. Los casos Isentrópico, Fanno y Rayleigh muestran únicamente magnitudes relevantes para su modelo; las páginas de choque, balances generales y diseño se reservan para el modo General.

5 Fundamentos de flujo unidimensional

5.1 Modo isentrópico

Para gas perfecto con k constante:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2}M^2}, \quad (20)$$

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (21)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (22)$$

En FLOW1D este modo se integra con las restricciones correspondientes al proceso isentrópico y evita solicitar datos que no intervienen en el modelo.

5.2 Flujo de Fanno

El parámetro de longitud adimensional usado por la aplicación es

$$\Lambda = 4f_F \frac{L}{D} = f_D \frac{L}{D}, \quad (23)$$

donde f_D es el factor de Darcy. La distancia adimensional restante hasta choking se expresa mediante

$$F(M) = \frac{1 - M^2}{kM^2} + \frac{k+1}{2k} \ln \left(\frac{(k+1)M^2}{2 + (k-1)M^2} \right). \quad (24)$$

Las relaciones respecto al estado sónico son

$$\frac{T}{T^*} = \frac{k+1}{2 + (k-1)M^2}, \quad (25)$$

$$\frac{P}{P^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{k+1}{2 + (k-1)M^2}}, \quad (26)$$

$$\frac{\rho}{\rho^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2 + (k-1)M^2}{k+1}}, \quad (27)$$

$$\frac{P_0}{P_0^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{2 + (k-1)M^2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}. \quad (28)$$

La fricción impulsa tanto la rama subsónica como la supersónica hacia $M = 1$.

5.3 Flujo de Rayleigh

Para flujo de Rayleigh de gas perfecto:

$$\frac{T}{T^*} = \frac{(k+1)^2 M^2}{(1+kM^2)^2}, \quad (29)$$

$$\frac{P}{P^*} = \frac{k+1}{1+kM^2}, \quad (30)$$

$$\frac{\rho}{\rho^*} = \frac{1+kM^2}{(k+1)M^2}, \quad (31)$$

$$\frac{T_0}{T_0^*} = \frac{(k+1)M^2 (2 + (k-1)M^2)}{(1+kM^2)^2}. \quad (32)$$

El calentamiento tiende a llevar el flujo hacia el estado sónico. El solver detecta el choking térmico cuando el objetivo de T_{02}/T_{01} excede lo físicamente alcanzable en la rama seleccionada.

5.4 Ecuación general de Mach para k constante

El motor FLOW1D integra $M(x)$ en un conducto de diámetro $D(x)$ con fricción de Darcy $f_D(x)$, temperatura de remanso $T_0(x)$ y caudal másico variable $\dot{m}(x)$. Definiendo

$$\mu(x) = \frac{1}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx}, \quad \Phi = 1 + \frac{k-1}{2} M^2, \quad (33)$$

la forma implementada para k constante puede escribirse como

$$\boxed{\frac{dM}{dx} = \frac{M\Phi}{1-M^2} \left[\frac{1+kM^2}{2T_0} \frac{dT_0}{dx} - \frac{2}{D} \frac{dD}{dx} + \frac{kM^2 f_D}{2D} + \mu \right]} \quad (34)$$

La singularidad explícita en $M = 1$ refleja la condición sónica. El programa no permite cruzarla de forma numéricamente arbitraria; analiza la compatibilidad local y trata los eventos sónicos como eventos físicos del problema.

5.5 Formulación para $c_p(T)$

Cuando el gas es térmicamente perfecto, k deja de ser constante y la ecuación se evalúa a partir de las ecuaciones diferenciales de masa, energía y cantidad de movimiento. En cada evaluación del integrador se obtiene el estado estático compatible con M y T_0 resolviendo

$$h(T) + \frac{1}{2} M^2 k(T) R T = h(T_0). \quad (35)$$

Con

$$k(T) = \frac{c_p(T)}{c_p(T) - R}, \quad (36)$$

el motor calcula las derivadas necesarias de forma consistente con $c_p(T)$ y con el cambio de $k(T)$. Esta ruta es más costosa que el gas perfecto con k constante, por lo que la implementación utiliza cachés de propiedades, evaluación polinómica tipo Horner y estimaciones iniciales reutilizadas entre pasos consecutivos.

5.6 Perfiles tabulados

En modo General pueden tabularse, en coordenada normalizada $\xi = x/L$:

- diámetro $D(\xi)$,
- fricción $f_D(\xi)$,
- temperatura de remanso normalizada $T_0(\xi)/T_{01}$,
- caudal másico normalizado $\dot{m}(\xi)/\dot{m}_1$.

Los perfiles deben comenzar en $\xi = 0$ y terminar en $\xi = 1$, con abscisas estrictamente crecientes. La interpolación es lineal por segmentos. Para reducir el costo en MicroPython, el motor conserva el índice del segmento activo y evita reiniciar una búsqueda completa en cada evaluación del RHS.

6 Choque interno y diseño inverso

6.1 Choque interno

FLOW1D puede aplicar un choque normal dentro del dominio. El estado inmediatamente antes del choque se obtiene de la integración aguas arriba; las relaciones de choque generan el estado aguas abajo y la integración continúa hasta la salida.

Para problemas con $c_p(T)$ se conserva la energía total a través del choque y se resuelve la temperatura estática compatible con el estado posterior dentro del dominio termodinámico del gas.

6.2 Búsqueda de la posición por contrapresión

El modo **Buscar por Pb / Search by Pb** determina x_s/L de forma que la presión calculada en la salida coincida con una contrapresión objetivo.

La búsqueda de posición utiliza falsa posición modificada (Illinois/regula-falsi) dentro de un intervalo acotado, con fallback a punto medio cuando es necesario. Para casos costosos con $c_p(T)$ y varios perfiles tabulados, la rama supersónica aguas arriba se reutiliza entre candidatos para evitar integrar repetidamente desde $x = 0$.

6.3 Diseño inverso

El solver puede buscar un parámetro para satisfacer un objetivo en la salida. Entre las variables de diseño implementadas se encuentran escala de diámetro, longitud, f_D , razón T_{02}/T_{01} y posición del choque. Los objetivos disponibles incluyen variables de estado de salida como Mach, presión o temperatura según el contexto.

La búsqueda requiere que la raíz esté acotada en el intervalo indicado. La aplicación rechaza casos no identificables, intervalos con múltiples soluciones detectadas y ramas bloqueadas por choking.

7 Métodos numéricos y comportamiento del solver

7.1 Integración RK45 adaptativa

FLOW1D utiliza como ruta principal un esquema Dormand–Prince RK5(4). Cada paso calcula una aproximación de quinto orden y otra de cuarto orden; la diferencia entre ambas se usa para estimar el error local y ajustar automáticamente el tamaño del paso:

$$\varepsilon \approx |M^{(5)} - M^{(4)}|. \quad (37)$$

Los modos Isentrópico, Fanno y Rayleigh seleccionan internamente la estrategia apropiada y no solicitan parámetros numéricos que no sean necesarios para el problema físico elegido.

7.2 Tratamiento de eventos sónicos

La integración vigila la proximidad a $M = 1$. Cuando el estado sónico limita la solución, el programa trata el punto crítico como un evento físico y no como un cruce numérico ordinario. El procedimiento general consiste en:

1. detectar la aproximación a $M = 1$,
2. localizar el punto crítico cuando existe,
3. comprobar la compatibilidad local del problema,
4. continuar o detener la solución según corresponda.

Si el dominio solicitado rebasa una solución físicamente alcanzable, NUM informa la condición de choking o muestra el perfil disponible hasta el límite calculado.

7.3 Cálculo de FLOW1D en MicroPython

Las operaciones iterativas de FLOW1D se ejecutan en MicroPython, mientras que PPL gestiona formularios, unidades, navegación, resultados y gráficas. La comunicación entre ambas partes utiliza un formato ASCII compacto diseñado para trabajar con el espacio de memoria disponible en la HP Prime.

Esta arquitectura es transparente durante el uso normal: los datos introducidos en SYMB se envían al solver y los resultados regresan a NUM y PLOT sin requerir ninguna configuración adicional.

7.4 Caché gráfica multivariable

Después de una solución FLOW1D, la aplicación conserva una representación compacta del último perfil para las variables

$$M, \quad P/P_1, \quad T/T_1, \quad P_0/P_{01}, \quad D/D_1, \quad \dot{m}/\dot{m}_1.$$

Por ello, cambiar de variable dentro de PLOT normalmente solo requiere redibujar la gráfica y no repetir la integración completa. La caché se invalida automáticamente cuando cambian los datos físicos del problema.

7.5 Protección de carga en problemas pesados

Algunas combinaciones de $c_p(T)$, varios perfiles tabulados, búsqueda inversa y valores muy altos del parámetro base N pueden exigir más memoria de la disponible en la calculadora. En esos casos, FLOW1D puede reducir internamente N a un valor seguro.

Esta protección no cambia los datos físicos del problema ni la tolerancia del objetivo de búsqueda. Su función es evitar que una discretización excesiva comprometa la estabilidad de la calculadora. En problemas normales, el valor introducido por el usuario se conserva.

8 Ejemplos de uso

8.1 Relación área–Mach

Para $k = 1.4$ y $A/A^* = 2$:

1. Abrir **Relación área–Mach**.
2. Elegir como dato conocido A/A^* .
3. Introducir el valor 2.
4. Abrir NUM para consultar las ramas subsónica y supersónica.

Una razón de área superior a la unidad admite, en general, dos soluciones de Mach: una con $M < 1$ y otra con $M > 1$.

8.2 Flujo de Fanno

En **Análisis de flujo 1D** $\rightarrow$ **Fanno**, el formulario solicita el estado inicial, el diámetro, la longitud y el factor de Darcy. No se solicitan calor, transferencia de masa ni choque porque esas variables no pertenecen al modelo Fanno clásico.

NUM presenta las magnitudes relevantes para este modelo, entre ellas M_2 , P_2/P_1 , T_2/T_1 , P_{02}/P_{01} y $f_D L/D$. Si la longitud excede el límite físico de la rama, el cálculo termina en choking.

8.3 Flujo de Rayleigh

En **Rayleigh**, el dato característico es la razón T_{02}/T_{01} . El formulario omite geometría variable, fricción y transferencia de masa. NUM muestra las relaciones de estado y la variación de presión de remanso asociada al proceso.

8.4 Ejemplo avanzado: FLOW1D con choque interno

El siguiente caso combina un gas con $c_p(T)$, cuatro perfiles tabulados y búsqueda de la posición de un choque normal por contrapresión. Puede utilizarse como ejemplo avanzado y como comprobación reproducible de la instalación.

Parámetro	Valor
M_1	2.20
P_1	350 kPa
T_1	700 K
Gas	CO ₂ $c_p(T)$
Longitud total	$L = 3.0$ m
N solicitado	4000; la protección de carga puede usar un valor efectivo menor
Choque	Buscar por P_b
P_b	1000 kPa
Límites de búsqueda	$0.20 \leq x_s/L \leq 0.80$

Perfiles tabulados:

ξ	D [mm]	f_D	T_0/T_{01}	$\dot{m}/\dot{m}_1$
0.00	80	0.006	1.000	1.000
0.06	—	—	—	1.015
0.07	—	0.009	—	—
0.08	82	—	—	—
0.10	—	—	1.020	—
0.17	85	—	—	—
0.18	—	—	—	1.030
0.19	—	0.012	—	—
0.21	—	—	1.040	—
0.29	90	—	—	—
0.31	—	0.007	—	—
0.33	—	—	—	1.020
0.34	—	—	1.060	—
0.38	94	—	—	—
0.44	—	0.011	—	—
0.46	—	—	1.090	—
0.47	—	—	—	1.045
0.49	98	—	—	—
0.56	—	0.015	—	—
0.58	101	—	—	—
0.59	—	—	1.110	—
0.61	—	—	—	1.030
0.67	104	—	—	—
0.69	—	0.008	—	—
0.71	—	—	1.130	—
0.76	—	—	—	1.055
0.78	106	—	—	—
0.81	—	0.013	—	—
0.84	—	—	1.160	—
0.88	—	—	—	1.040
0.89	108	—	—	—
0.92	—	0.009	—	—
0.93	—	—	1.180	—
1.00	110	0.010	1.200	1.060

Una solución de referencia para este conjunto de datos es

$$M_e \approx 0.57065, \quad \frac{x_s}{L} \approx 0.74096, \quad P_e \approx 1000.002 \text{ kPa.} \quad (38)$$

Pequeñas diferencias en los últimos dígitos pueden aparecer por redondeo, firmware o estado numérico de la calculadora.

9 Validación y rendimiento

La aplicación fue verificada mediante una batería interna de 50 pruebas que cubre los módulos principales, los modelos clásicos, FLOW1D general, gases con $c_p(T)$, perfiles tabulados, choques, búsqueda inversa y comunicación PPL–MicroPython.

También se comprobaron casos en hardware HP Prime, incluyendo:

- FLOW1D con k, R constantes,
- geometría, fricción, calor y masa tabulados,
- gases con $c_p(T)$,
- choque interno fijo y choque localizado por contrapresión,
- navegación y PLOT con varias variables,
- problemas de alta carga numérica y memoria.

Referencia de rendimiento. El ejemplo avanzado de la sección anterior se resolvió en aproximadamente 8.27 s en una HP Prime física utilizada como referencia de validación. El tiempo real puede variar con el modelo de calculadora, firmware, estado de memoria y datos del problema.

Los tiempos de ejecución deben interpretarse como una orientación. La precisión física depende principalmente de las hipótesis del modelo, de la calidad de los datos de entrada y de que el problema se encuentre dentro del dominio de validez de las ecuaciones empleadas.

10 Limitaciones y buenas prácticas

- Los modelos de gas son ideales o térmicamente perfectos; no se incluyen efectos de gas real a alta presión ni equilibrio químico.
- Los polinomios $c_p(T)$ deben utilizarse dentro de sus rangos térmicos documentados.
- Fanno y Rayleigh representan sus modelos clásicos: no deben interpretarse como sustitutos de una simulación general cuando existen simultáneamente área variable, fricción, calor y transferencia de masa.
- El factor f_D es una entrada del problema. La aplicación no sustituye un cálculo independiente de rugosidad/Reynolds cuando éste sea necesario.
- Un choque oblicuo solo existe si el ángulo de giro se encuentra dentro del dominio de choque adherido para el M_1 y k seleccionados.
- En diseño inverso, use intervalos físicamente razonables y preferiblemente con una única raíz. Un intervalo demasiado amplio puede contener ramas múltiples o zonas bloqueadas por choking.
- Los perfiles tabulados deben cubrir todo $0 \leq \xi \leq 1$ y mantener abscisas estrictamente crecientes.
- Si un cálculo General es extremadamente pesado, la protección de hardware puede reducir internamente N para conservar estabilidad. Incrementar N por encima del límite útil no necesariamente aumenta la precisión del resultado.

11 Integración avanzada y arquitectura

11.1 API para otras aplicaciones

Para integraciones controladas con otras aplicaciones HP Prime, COMPRESIBLES expone la función pública `COMP_HVAC(C,A)`.

C	Entrada A	Resultado
0	consulta	Identificación básica y protocolo de integración.
1	$\{T_K, P_{kPa}, [gas]\}$	Estado termodinámico resuelto.
2	$\{M, T_K, P_{kPa}, k, R, model\}$	Mach y propiedades de remanso.
3	vector FLOW1D completo	Estado FLOW1D resuelto mediante la ruta principal de cálculo.

La API está orientada a usuarios avanzados y a integración entre aplicaciones. Para el uso habitual se recomienda la interfaz gráfica, que aplica validación de datos, unidades y protecciones de carga.

11.2 Organización interna

La aplicación se divide lógicamente en los siguientes componentes:

- navegación, persistencia y API pública,
- propiedades termodinámicas y remanso,
- área–Mach y toberas,
- ondas: choques y Prandtl–Meyer,
- relaciones clásicas de flujo compresible,
- motor FLOW1D/Shapiro en MicroPython,
- utilidades de interfaz, unidades, dibujo e idioma.

La interfaz PPL y el solver MicroPython comparten una ruta de cálculo única para los problemas FLOW1D, de forma que los resultados obtenidos desde los formularios y desde la API utilicen el mismo motor matemático.

12 Créditos y referencias

12.1 Créditos

- **Compresibles:** aplicación para HP Prime dedicada a dinámica de gases compresibles y flujo unidimensional.
- **Base científica:** relaciones clásicas de dinámica de gases, formulaciones de Fanno y Rayleigh, ondas de choque, expansión de Prandtl–Meyer, propiedades NASA7 y formulación general de flujo unidimensional.

- **Implementación numérica:** integración adaptativa Dormand–Prince RK5(4), búsquedas acotadas y motor híbrido PPL–MicroPython.

12.2 Referencias técnicas recomendadas

1. Shapiro, A. H. *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*. Referencia clásica para flujo compresible unidimensional con área, fricción, calor y adición de masa.
2. Anderson, J. D. *Modern Compressible Flow*. Referencia general para relaciones isentrópicas, toberas, choques y expansiones.
3. Formulación NASA de polinomios termodinámicos de siete coeficientes (NASA7) para $c_p(T)$, $h(T)$ y $s^0(T)$ de especies gaseosas.
4. Dormand–Prince RK5(4), método embebido de Runge–Kutta utilizado como base del integrador adaptativo.

A Resumen de ecuaciones

$$\begin{aligned}\frac{T}{T_0} &= \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{-1}, \\ \frac{P}{P_0} &= \left(\frac{T}{T_0}\right)^{k/(k-1)}, \\ \frac{A}{A^*} &= \frac{1}{M} \left[\frac{2}{k+1} \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}, \\ M_2^2|_{\text{shock}} &= \frac{1 + \frac{k-1}{2}M_1^2}{kM_1^2 - \frac{k-1}{2}}, \\ F(M)|_{\text{Fanno}} &= \frac{1-M^2}{kM^2} + \frac{k+1}{2k} \ln \left(\frac{(k+1)M^2}{2 + (k-1)M^2} \right), \\ \frac{T_0}{T_0^*}|_{\text{Rayleigh}} &= \frac{(k+1)M^2(2 + (k-1)M^2)}{(1 + kM^2)^2}.\end{aligned}$$

B Glosario

Símbolo	Significado
M	Número de Mach.
P, T, ρ	Presión estática, temperatura estática y densidad.
P_0, T_0, h_0	Propiedades de remanso.
k	Relación de calores específicos c_p/c_v .
R	Constante específica del gas.
D, A	Diámetro y área de la sección transversal.
A^*	Área crítica asociada a $M = 1$.

Símbolo	Significado
f_D	Factor de fricción de Darcy.
$\dot{m}$	Caudal másico.
P_b	Contrapresión o back pressure.
x_s	Posición axial del choque interno.
$\xi = x/L$	Coordenada axial normalizada.
θ	Ángulo de giro en un choque oblicuo o una expansión.
β	Ángulo de choque oblicuo.
$\nu(M)$	Función de Prandtl–Meyer.